國立勤益技術學院九十四學年度研究所碩士班招生筆試試題卷

所別：冷凍空調與能源科技研究所　　組別：低溫冷凍組、空調節能組

身分別：一般生或在職生

科目：工程數學　　考證號碼：□□□□□□□□（考生自填）

考生注意事項：

一、考試時間 100 分鐘。

二、應考人攜帶之電子計算器，以具有＋、－、×、÷、%、$\sqrt{\ }$、M、三角函數、對數、指數等功能（不具儲存程式功能 Non-programmable）者為限。

三、無論是否使用電子計算器，試題作答均須詳列解答過程。

1：〈 20 分〉

Solve the following ordinary differential equation:

（a）$(y')^2-(3x+2y)y'+6xy=0$　　（10 分）

（b）$2y'+6y+4\int_0^x y\,dx=10e^{-3x},\quad y(0)=0$　　（10 分）

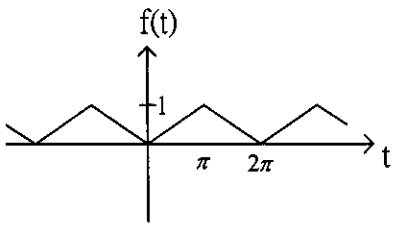
2.〈 10 分〉

Solve the following differential equations, by means of Laplace method.

$$y''+3y'-4y=e^{-2t}\ ;\ y(0)=y'(0)=0$$

3.〈 10 分〉

Write out the function $f(t)$ in the interval $0\to 2\pi$ of the first period in the following diagram. What are the period T and the angular frequency ω ?



4.〈 20 分〉

（a）Show that $\int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2}dx=\sqrt{\pi}$;　　（10 分）

（b）Use the result of (a) to find $\Gamma\left(\frac{1}{2}\right)$.　　（10 分）

5.〈 10 分〉

Evaluate the line integral

$$\int_C xy\,dx - 2y^2\,dy$$

Where:

C is the arc of the unit circle from $(1,0)$ to $(0,1)$ traverse counterclockwise.

6.〈 10 分〉

（a） Prove the following (1) $\nabla\cdot\vec{r}=3$, (2) $\nabla\times\vec{r}=0$, where $\vec{r}$ is the position vector. （7 分）

（b） What is the Jacobian when we change the variables (x,y) to (u,v) by the following relations

$$\begin{cases} x = ar\cos\theta \\ y = br\sin\theta \end{cases}$$ （3 分）

7.〈 10 分〉

（a） Find the inverse of the following Laplace transforms $\mathcal{L}^{-1}\left[\ln\left(\frac{(s+2)^2}{(s-1)^3}\right)\right]$ （7 分）

（b） Find the following Laplace $\mathcal{L}[\delta(t-a)]=$? （3 分）

8.〈 10 分〉

（a） Suppose $f(x,y)=x^2\sin 3y$, what is $\frac{\partial f}{\partial x}$, $\frac{\partial f}{\partial y}$ and $df(x,y)$? （7 分）

（b） Can you find the inverse of the matrix $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$? Why? （3 分）