國立勤益科技大學九十七學年度研究所碩士班招生筆試試題卷

所別：冷凍空調與能源所　　　　組別：

科目：工程數學

准考證號碼：□□□□□□□□（考生自填）

考生注意事項：
一、考試時間 100 分鐘。
二、可不依題號次序作答，但應標明題號。

附表一：

已知 $f(t)$的拉卜拉斯轉換為 $F(s)$，即 $L\{f(t)\}=F(s)$，則存在下列各定理：

$L\{f'(t)\}=sF(s)-f(0)$; $L\{f''(s)\}=s^2F(s)-sf(0)-f'(0)$
$L\left[\int_0 f(u)\,du\right]=\dfrac{F(s)}{s}=\dfrac{L[f(t)]}{s}$
$F'(s)=\dfrac{dF(s)}{ds}=\dfrac{d(L[f(t)])}{ds}=-L[tf(t)]$
$\int_s^\infty F(u)du=L\left[\dfrac{f(t)}{t}\right]$
$L[e^{at}f(t)]=F(s-a)$
$L[f(t)]=\dfrac{1}{1-e^{-Ts}}\int_0^T f(t)e^{-st}\,dt=\dfrac{1}{1-e^{-Ts}}L[f_1(t)]$
$L[\int_0^t f(t-\tau)g(\tau)d\tau]=L[f(t)*g(t)]=F(s)\cdot G(s)$

附表二：

各基本函數 $f(t)$的拉卜拉斯轉換：

$f(t)$	1	e^{at}	$\sin at$	$\cos at$	$\sinh at$	$\cosh at$	t^n
$L[f(t)]$	$1/s$	$1/(s-a)$	$a/(s^2+a^2)$	$s/(s^2+a^2)$	$a/(s^2-a^2)$	$s/(s^2-a^2)$	$n!/s^{n+1}$

附表三：

$y''+ay'+by=r(x)$ 以參數變化法求特解之公式:

$y_p=-y_{h1}\int\dfrac{y_{h2}\cdot r(x)}{W(x)}dx+y_{h2}\int\dfrac{y_{h1}\cdot r(x)}{W(x)}dx$ ；其中 $W(x)=\begin{vmatrix} y_{h1} & y_{h2} \\ y'_{h1} & y'_{h2}\end{vmatrix}$
，y_{h1} ；　y_{h2} 為齊性(或齊次)解

試題一：〈10 分〉

判斷下列微分方程式之類型並求解之：

$$2(x^2+y^2)dx+4xydy=0$$

試題二：〈20 分〉

如 $y''(x)-2y'(x)+y(x)=xe^x$ 之二階常微分方程式

(1)以文字說明求解過程〈5 分〉；**(2)**求其全解〈15 分〉

試題三：〈共 20 分〉

(1)求 $\dfrac{e^{-3t}-e^{-2t}}{t}$ 之拉卜拉斯轉換。(10 分)

(2)求 $f(t)$之拉卜拉斯轉換，其中 $f(t)=\begin{cases} 0 & t<2 \\ (t-2)^2 & t\geq 2 \end{cases}$ (10 分)

試題四：〈20 分〉

Using Laplace Transformation method to solve the following differential equation

$y''(t)-3y'(t)+2y(t)=e^{2t}$ ； $y(0)=0$, $y'(0)=4$

試題五：〈10 分〉

某三角形之三頂點座標為 $A(0,0,0)$, $B(1,2,1)$, $C(2,3,2)$，求此三角形之面積。

試題六：〈共 20 分〉

$A=\begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 3 \end{bmatrix}$ ； 求 A 的**(1)**特徵值〈10 分〉**(2)**特徵向量〈10 分〉。