

磁浮軸承控制與轉子不平衡抑制探討

陳兆芸*、林宗憲、王登茂、蘇崇賢

Chao-Yun Chen*, Chung-Hsien Lin, Deng-Mao Wang, and Chong-Xian Su

工業技術研究院綠能與環境研究所
Green Energy and Environment Research Laboratories,
Industrial Technology Research Institute
*E-mail: cychen1022@itri.org.tw

摘要

磁浮軸承於轉子機械的應用廣泛，如離心式冰水機、空壓機與工具機等。然而，如何使磁浮軸承於高速運轉可維持穩定且不受轉子質心不平衡的影響為磁浮軸承控制器設計的首要課題。有鑑於此，本文針對磁浮軸承於轉子機械的控制及轉子質心不平衡問題進行介紹與探討。一般而言，磁浮軸承轉子平衡控制方法可分為二種，轉子位移消除與控制電流消除。轉子位移消除的目的，是讓轉子於旋轉時繞轉子幾何中心，此方法較適用於低轉速。控制電流消除是讓轉子於旋轉時繞慣性中心，此方法適用於高轉速。

關鍵字詞：磁浮軸承、轉子質心不平衡、轉子位移消除、控制電流消除

Abstract

The applications of the magnetic bearing for rotor machine are widely, such as the centrifugal chiller, air compressor and machine tool. However, how to maintain the stability and cannot affected by rotor mass unbalance is the subject of the magnetic bearing controller design in the high speed operation. Therefore, this paper has been made discussions for the magnetic bearing control of rotor machine and rotor mass unbalance problems. Generally speaking, the control method in magnetic bearing for the rotor balancing can be divided into the two strategies, one is the rotor displacement reduction that is used to keep the shaft rotate around its geometric centre at low speed, another is the control current reduction that is used to keep the shaft rotate around its inertia axis at high speed.

Keywords: magnetic bearing, rotor mass unbalance, rotor displacement reduction, control current reduction

1. 前言

由於磁浮軸承相較於傳統機械軸承具有無接觸摩擦且無需潤滑設計之特性，因此特別適用於高轉速之轉子機械之應用，如離心式冰水機、空壓機、飛輪儲能與工具機等[1]。

一般而言，磁浮軸承控制架構於開回路設計為不穩定的系統，其原因在於磁浮軸承致動器存在著負剛性之特性，且由根軌跡分析可得知[2]，磁浮軸承開回路系統之部分極點落於根軌跡圖之右半平面。因此，為了使磁浮軸承系統達到穩定且有好的響應，控制器的設計必須利用閉回路架構。然而，當磁浮軸承應用於高轉速之轉子機械時，由於轉子質心不平衡的影響，造成轉子於產生振動現象，此質心不平衡所引起的干擾稱為非平衡力或偏心力。(1)式為偏心力之通式，其中 e 為轉子質心偏心量，代表轉子旋轉幾何中心與質心的距離， Ω 為旋轉角速度。

$$F_d(t) = em\Omega^2 \sin(\Omega t + \theta) \quad (1)$$

由(1)式可得知，當 Ω 越大時，所造成的偏心力將越大。此偏心力問題若無法解決，將引起的轉子振動會造成轉子與軸承間的相互碰撞，進而造成機械元件的損壞。

由於高等非線性控制理論與技術的發展，磁浮軸承轉子偏心力抑制已不再是難事。文獻[3, 4]為利用干擾觀測技術於磁浮軸承系統的控制，其原理為將轉子不平衡視為系統的外部干擾(external disturbance)，同時結合可變結構控制技术，消除轉子偏心力的影響，使得轉子位移量達漸近收斂。文獻[5]基於擴展式卡爾曼濾波器，提出 LQG 狀態回授控制器，透過卡爾曼濾波器的估測能力來改善定位精度。文獻[6]則是應用順滑控制(sliding mode control)於三極磁浮軸承系統。文獻[7]為美國維吉尼亞大學 ROMAC 實驗室利用 μ -synthesis 控制理論，此控制技术為應用靈敏度函數、權重函數及最小增益理論(small gain theory)來判定磁浮軸承的控制效果。此外，文獻

[8]為結合類神經網路與模糊控制於磁浮軸承轉子懸浮控制。

雖然上述的控制理論應用於磁浮軸承控制可達到良好的系統響應、偏心力抑制之控制效果。然而，此類控制理論卻存在著諸多缺點。例如干擾觀測技術、順滑控制及 LQG 技術皆需要精確的系統鑑別技術來取得磁浮軸承系統的數學模型，若建模誤差越大，將會影響控制效果。而 μ -synthesis 屬強健控制(H-infintine)，雖然此類技術為考慮系統最壞的情況來設計控制器，換句話說， μ -synthesis 技術對於系統的外擾及模型參數擾動具有良好的強健性，然而若系統數學模型階數過高，此技術恐較難以實現。此外，類神經網路及模糊控制屬於智慧型控制，雖然其優點為不需要磁浮軸承轉子系統的數學模型，然而卻需要較大的運算量。此外，由於現今磁浮軸承控制器於實際工業應用，大部分是透過 DSP 控制器實現，且 DSP 的記憶空間有限，因此前述之非線性控制理論若要實現於 DSP 控制器相對的較為困難。若將來可開發出高容量及高運算速度的 DSP 晶片及發展高準確度的系統鑑別技術，文獻[3-8]之技術是值得被應用。

有鑑於前述，本文介紹可符合實際工業應用及 DSP 控制器實現需求的磁浮軸承轉子控制法與轉子平衡技術。其中，磁浮軸承轉子控制器是利用傳統的 PID 控制理論[2]來穩定轉子。於轉子平衡技術方面，無論機械加工技術精密度的好壞，質心不平衡本身即存在於機械轉子中，且由(1)式可得知，當轉子實際運轉時，即會受到偏心力的影響，造成機械振動及噪音等問題。一般而言，抑制轉子不平衡所使用的控制技術都是為了讓轉子於旋轉時不受偏心力的影響，而磁浮軸承轉子平衡控制方法可分為二種，轉子位移消除與控制電流消除。轉子位移消除的目的，是讓轉子於旋轉時繞轉子幾何中心，並藉由磁浮軸承產生的磁浮力提升系統的剛性，然而此方法較適用於低轉速，若是應用於高旋轉會發生控制電流飽和的現象。控制電流消除是讓轉子於旋轉時繞慣性中心，此技術也可稱為自動平衡控制法[9]。此方法不但適用於高轉速，且可解決於高轉速時，因系統的高剛性所造成的電流飽和問題。

2. 磁浮軸承轉子之動態系統簡介

2.1 磁浮軸承轉子數學模型

本文於磁浮軸承轉子動態數學模型描述部分，是將轉子視為剛性體進行說明，若是轉子為撓性體，則其動態行為分析與建模方法可參考文

獻[7]。圖 1 為剛性轉子模型的示意圖[1]。此模型架構包含了兩個磁浮軸承(軸承 A 與軸承 B)、剛性轉子與兩個感測器(感測器 A 與感測器 B)。為了分析徑向軸承對轉子的動態行為，且由於偏心力的影響是在徑向，則軸向軸承動態行為的部分在此給予忽略。考慮磁浮軸承動態行為是以線性化的方式進行，即在徑向運動行為則是完全解耦的方式處理，因此動態方程式的建立是以單自由度的觀念進行推導。

如圖 1 若轉子的質心位置為 x 與 y ，其轉動的角度(Euler angle)可定義為 α 與 β 。 x 、 y 、 α 與 β 則定義為線性運動方程式狀態向量 q 的狀態。磁浮軸承系統的輸出向量 Y 則定義為轉子的位移

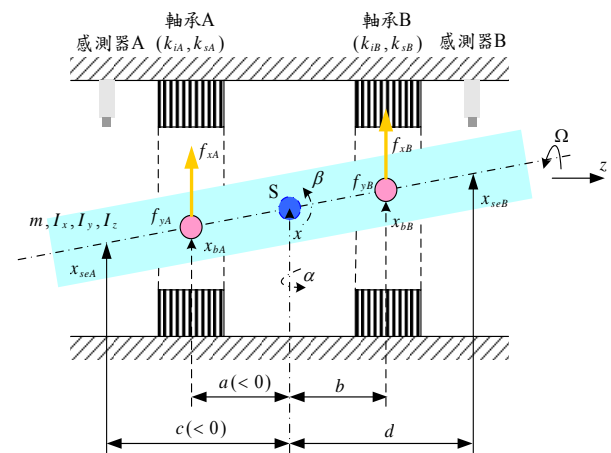


圖 1. 剛性轉子模型示意圖[1]

x_{seA} 、 x_{seB} 、 y_{seA} 、 y_{seB} 。磁浮軸承之轉子動態方程式可表示為

$$M\ddot{q} + G\dot{q} = Bu_f + BF_d \quad (2)$$

$$Y = Cq \quad (3)$$

$$\text{其中, } M = \begin{bmatrix} I_y & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I_x & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} a & b & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a & b \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$, \quad G = \begin{bmatrix} 0 & 0 & I_z\Omega & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -I_z\Omega & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} c & 1 & 0 & 0 \\ d & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & c & 1 \\ 0 & 0 & d & 1 \end{bmatrix}$$

$q = (\beta, x, -\alpha, y)^T$ ， $u_f = (f_{xA}, f_{xB}, f_{yA}, f_{yB})^T$ ， $Y = (x_{seA}, x_{seB}, y_{seA}, y_{seB})^T$ 及 F_d 為偏心力之干擾。由(2)式， u_f 為磁浮軸承之磁浮力，其線性化之數學模型可表示為

$$u_f = \begin{bmatrix} f_{xA} \\ f_{xB} \\ f_{yA} \\ f_{yB} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} k_{sA} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & k_{sB} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & k_{sA} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & k_{sB} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{bA} \\ x_{bB} \\ y_{bA} \\ y_{bB} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_{iA} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & k_{iB} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & k_{iA} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & k_{iB} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{xA} \\ i_{xB} \\ i_{yA} \\ i_{yB} \end{bmatrix} = -K_s q_b + K_i i \quad (4)$$

其中， $q_b = [x_{bA} \ x_{bB} \ y_{bA} \ y_{bB}]^T$ 代表圖 1 之軸承 A 與軸承 B 於 x 方向及 y 方向的位移， $i = [i_{xA} \ i_{xB} \ i_{yA} \ i_{yB}]^T$ 為圖 1 之軸承 A 與軸承 B 於 x 方向及 y 方向的線圈控制電流。

由(2)與(4)式，則磁浮軸承剛性轉子動態方程式可改寫為

$$M\ddot{q} + G\dot{q} = B(-K_s q_b + K_i i) + BF_d \quad (5)$$

2.2 轉子質心不平衡

轉子質心不平衡的原因來自於轉子於不精密的機械加工，雖然轉子質心不平衡所造成的偏心率非常的小，意即 $e \ll 1$ 。然而由(1)式可得知，當轉子旋轉時，將產生偏心力，且偏心力的大小與轉速的平方成正比，因此轉速越高，造成的偏心力影響越大，例如磁浮軸承於離心式冰水機的應用，一般離心式冰水機於運轉時，其轉速可高達 30000rpm 以上，若是轉子不平衡所造成的影響無法徹底解決，將發生機械振動，進而造成機械元件的損壞。

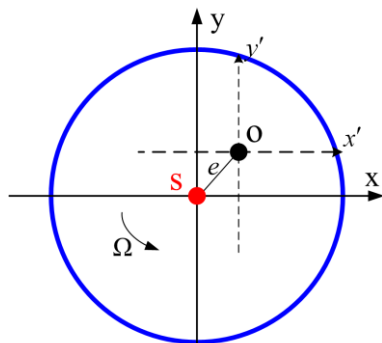


圖 2. 轉子質心不平衡

如圖 2 為轉子質心不平衡示意圖，其中 S 為轉子幾何中心，O 為慣性中心(質心中心)， e 為偏心率， Ω 為轉速。雖然傳統 PID 控制器[2]的演算方式簡單且非常合適實現於 DSP，雖然磁浮軸承

利用 PID 控制器，並以高剛性的方式級，可有效的降低轉子位移，但是卻無法有效的抑制偏心力的影響，如圖 3 所示，且由於高剛性的控制方式會造成磁浮軸承控制電流達飽和的狀態。

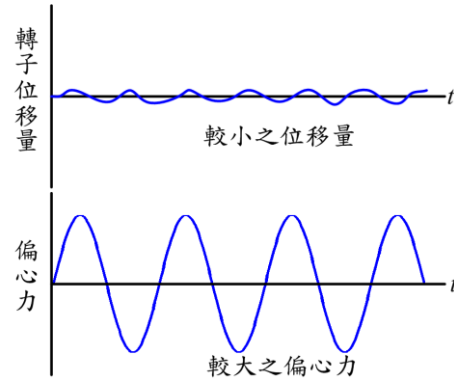


圖 3. 無偏心補償之轉子位移與偏心力示意圖

因此，由上述可得知，轉子質心不平衡對磁浮軸承的系統影響甚大，偏心力補償技術對於磁浮軸承轉子系統是不可獲缺的。偏心力補償技術之目的在於使轉子於高速旋轉時，可使轉子繞慣性軸(即質心)旋轉，如圖 4 所示。

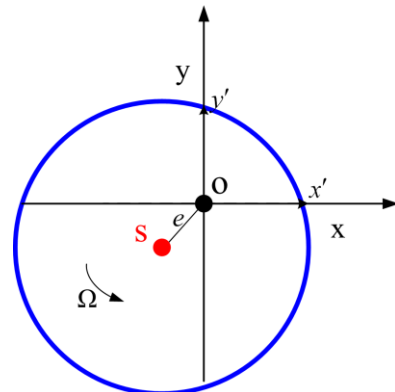


圖 4. 偏心補償後之轉子示意圖

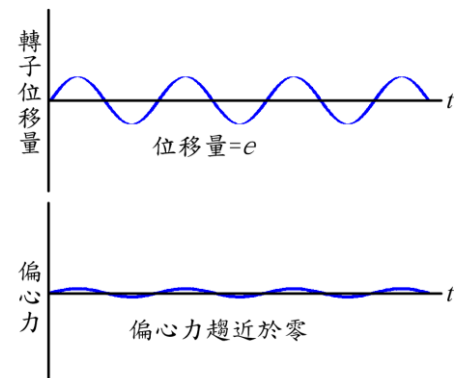


圖 5. 偏心補償技術後之狀態。

圖 5 為經由偏心補償後轉子位移及偏心力的

示意圖，雖然磁浮軸承透過偏心力補償後，轉子位移量會變大，然而此位移量的最大值最等於轉子偏心率 e ，且一般偏心率為一微小的值，因此只要轉子與定子(磁浮軸承)之間的氣隙足夠大，則轉子於高速旋轉時是不會造成與定子間的相互碰撞，且偏心力又得以抑制，使得磁浮軸承線圈之控制電流最小化，此為磁浮軸承系統最理想的控制狀態。

偏心力補償技術所衍生的優點可歸納如下：

- 1) 可避免功率放大器輸出之控制電流達飽和狀態。由於當磁浮軸承控制系統無偏心力補償機制時，高轉速所造成的偏心力會產生較大控制電流的波動，且容易使功率放大器發生飽和的現象，除非使用較大功率的放大器，然而會造成設計成本的提高。
- 2) 機械振動、噪音及雜訊等問題得以解決。
- 3) 由於偏心力的抑制，因此不需要使用較大功率的放大器，可節省成本。
- 4) 可消除轉子的位移，使位移最大值等於偏心率。

3. 轉子平衡控制技術

一般而言，磁浮軸承的控制目的是讓轉子繞慣性中心旋轉，藉此抑制偏心力的影響。然而，若是要於實際工業應用，現今高等非線性控制理論由於其運算方式複雜且實現不易，因此難以實現於 DSP 系統。雖然文獻[10]利用帶拒濾波器(Notch filter)技術，且提出帶拒濾波器之極點可隨著轉子的轉速而變動，進而提升偏心力抑制的性能。然而此技術的缺點在於控制回路加入帶拒濾波器，因而改變靈敏度函數的型態，意即系統的轉移函數型態改變[2]，導至系統的穩定性受到影響。

有鑑於此，本文將介紹由文獻[11-12]所提出的轉子平衡技術，此技術可分為兩個部分，轉子位移消除與磁浮軸承線圈控制電流消除。其中，轉子位移消除技術是讓轉子於旋轉時繞轉子幾何中心(圖 2)，雖然此技術可藉由提高系統的有效剛性並消除轉子位移，但是只適用於低轉速或旋轉頻率落於磁浮軸承控制系統的頻寬內，若轉子運作於高轉速或旋轉頻率在控制系統的頻寬之外，仍會造成功率放大器之輸出電流飽和，進而影響系統的穩定性。反觀磁浮軸承線圈控制電流消除技術則是讓轉子於旋轉時繞慣性中心(圖 4)，並讓控制電流最小化及轉子位移量收斂至偏心率(圖 5)，此技術適用於高轉速或旋轉頻率在磁浮軸承控制系統的頻寬之外。

文獻[11, 12]搭配適應性訊號補償技術並利用前饋控制架構提出適應前饋振動控制器，其控制架構如 6 所示。此控制技術可分為直接型及間接型，本文以間接型適應前饋振動控制[11]為例進行說明。

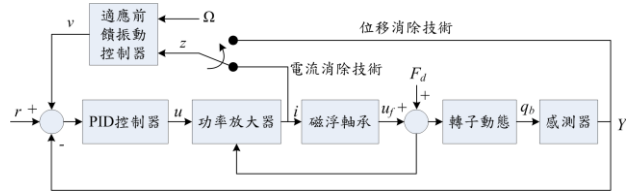


圖 6. 適應前饋振動控制架構[12]

如圖 7 為間接型適應前饋振動控制架構，其控制程序為利用弦波所組成之向量作為參考訊號，如(6)式所示。

$$r(k) = \begin{bmatrix} r_1(k) \\ r_2(k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(2\pi\Omega kt) \\ \sin(2\pi\Omega kt) \end{bmatrix} \quad (6)$$

其中， k 代表數位訊號之取樣點。

經由適應技術所產生的訊號 $s(k)$ 可表示為

$$s(k) = w^T(k)r(k) \quad (7)$$

其中， $w(k) = [w_1(k) \ w_2(k)]^T$ 為權重函數。透過(7)式，定義一評價函數，其代表轉子不平衡抑制性能。

$$J(w) = E\{e_a^2(k)\} \quad (8)$$

其中誤差訊號 $e_a(k)$ 可表示為

$$e_a(k) = Y(k) - s(k) = Y(k) - w^T(k)r(k) \quad (9)$$

其中，權重函數 $w(k)$ 之適應法則為

$$w(k+1) = w(k) + \mu e_a(k)r(k) \quad (10)$$

其中， μ 為權重函數之適應率。此外，圖 7 中的增益 K 為決定整個偏心力補償效果。

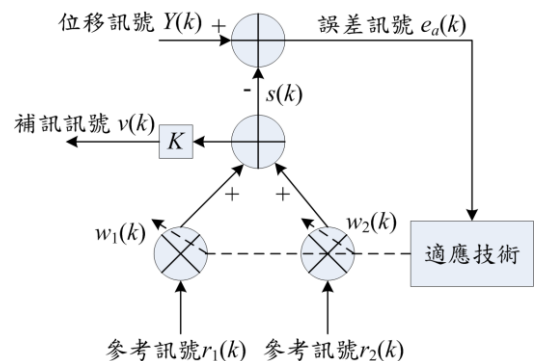


圖 7. 間接型適應前饋振動控制架構[11]

以上適應前饋振動控制器之輸入訊號是以

轉子位移量，即位移消除技術。若是要以控制電流最小化為目的，只要將輸入訊號改為磁浮軸承控制電流。其次，由圖 6 可得知，控制電流最小化及轉子位移消除是可混合使用，然而切換的時機則為此控制架構的關鍵。文獻[11]則是利用模糊邏輯控制來決定切換的時機，而模糊邏輯控制的輸入訊號是利用轉子的轉速及控制電流的峰值(peak)，輸出為 $\lambda(0 \leq \lambda \leq 1)$ 。若為低轉速及低電流峰值，則 λ 為較低的數值，此時判斷為轉子位移消除。若為高轉子及高電流峰值，則 λ 為較高的數值，此時判斷為電流消除。然而，若是透過此方法來判斷會產生的缺點為當轉速在臨界轉時且電流峰值並不大的狀態時，則容易發生控制電流飽和的情形，且當 $\lambda=0.5$ 時，可能會造成控制電流最小化與轉子位移消除同時失效，此情況為適應前饋振動控制有待改善的問題。

此外，文獻[12]是基於圖 6 之控制架構，唯一不同處是利用直接型的技術。直接型與間接型的不同處在於，直接型是利用控制電流或轉子位移量的收斂作為評價的標準，反觀間接型評價函數是直接以控制電流或轉子位移資訊與 $s(k)$ 之間的誤差作為評價的標準。

4. 結論

本文針對磁浮軸承於轉子機械的控制進行詳盡的介紹，其中包括磁浮軸承轉子動態行為及轉子不平衡所衍生的問題。考慮實際工業應用，大多數的高等非線性控制理論於 DSP 的實現相當困難，原因在於其演算過程複雜、需要較大的運算量及較大的記憶空間，導致實現不易。然而，要使磁浮軸承轉子於高速時可平衡運轉的關鍵就在於轉子質心不平衡問題，若是要解決轉子質心不平衡的最好方式即是讓轉子在旋轉時繞慣性中心，此方式不但可解決機械振動、控制電流飽和、而且可讓轉子位移收斂至微小的值，即偏心量，使得磁浮軸承轉子於旋轉時達到穩定控制之目的。

5. 誌謝

本文承蒙經濟部能源局之能源基金計畫所贊助，僅此致謝。

6. 參考文獻

- 1.G. Schweitzer and E. H. Maslen Magnetic Bearings: Theory, Design, and Application to Rotating Machinery, Springer-Verlag, 2009.
- 2.M. F. Golnaraghi and B. C. Kuo, Automatic

- Control Systems, John Wiley & Sons, Inc., 2009.
- 3.A. E. Rundell, S. V. Drakunov, and R. A. DeCarlo, "A Sliding Mode Observer and Controller for Stabilization of Rotational Motion of a Vertical Shaft Magnetic Bearing," IEEE Trans. on Control Systems Technology, vol. 4, no. 5, pp. 598-608, Sep. 1996.
- 4.X. Chen, C.-Y. Su, and T. Fukuda, "A Nonlinear Disturbance Observer for Multivariable Systems and its Application to Magnetic Bearing Systems," IEEE Trans. on Control Systems Technology, vol. 4, no. 5, pp. 598-608, Sep. 1996.
- 5.T. Schuhmann, W. Hofmann, and R. Werner, "Improving Operational Performance of Active Magnetic Bearings Using Kalman Filter and State Feedback Control," IEEE Trans. on Industrial Electronics, vol. 59, no. 2, pp. 821-829, Feb. 2012.
- 6.S.-L. Chen and C.-C. Weng, "Robust Control of a Voltage-Controlled Three-pole Active Magnetic bearing system," IEEE/ASME Trans. on Mechatronics, vol. 3, pp. 381-388, June 2010.
- 7.S. E. Mushi, Z. Lin, and P. E. Allaire, "Design, Construction, and Modeling of a Flexible Rotor Active Magnetic Bearing Test Rig," IEEE/ASME transactions on mechatronics, vol. 17, no. 6, pp. 1170-1181, Dec. 2010.
- 8.P.-Y. Couzon and J. D. Hagopian, "Neuron-fuzzy Active Control of Rotor Suspended on Active Magnetic Bearing," Journal of vibration and control, vol. 13, pp. 365-384, Apr. 2007.
- 9.S. Zhou and J. Shi, "Active Balancing and Vibration Control of Rotating Machinery: A Survey," The Shock and Vibration Digest, vol. 33, no. 4, pp. 361-371, Dec. 2001.
10. R. Herzog, P. Buhler, C. Gahler, and R. Larssonneur, "Unbalance Compensation Using Generalized Notch Filters in the Multivariable Feedback of Magnetic Bearings," IEEE Trans. on Control Systems Technology, vol. 4, no.5, Sep. 1996.
11. J. shi, "The Indirect Adaptive Feed-forward Control in Magnetic Bearing Systems for Minimizing Selected Vibration Performance Measures," The 8th International symposium on Magnetic Bearing, Aug. 26-28, 2002, Mito, Japan, pp. 223-228.
12. J. shi, R. Zmood, and L. Qin, "synchronous Disturbance attenuation in magnetic Bearing Systems Using Adaptive Compensating Signals," Control Engineering Practice, vol. 12, pp. 283-290, 2004