

國立勤益科技大學 101 學年度研究所碩士班招生筆試試題卷

所別：機械工程

組別：丙組

科目：自動控制

准考證號碼：□□□□□□□□ (考生自填)

考生注意事項：

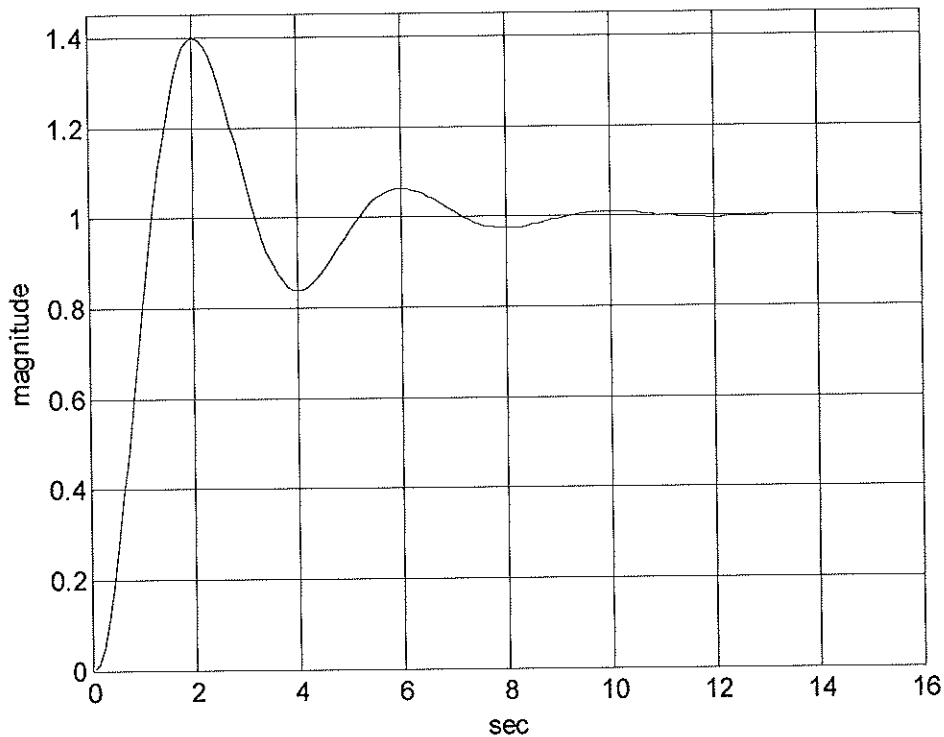
一、考試時間 100 分鐘。

二、應考人不得自行攜帶電子計算器，一律由本校統一提供。

三、

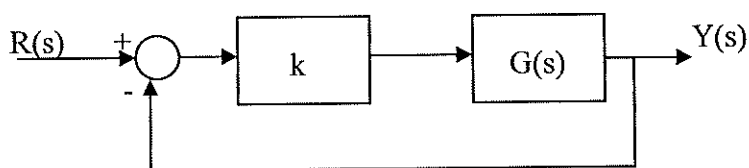
試題一：〈 20 分 〉

一標準的二階控制系統，受單位步級輸入，其響應如下圖。求該系統之轉移函數=?



試題二：〈 20 分 〉

一負回授控制系統之方塊圖如下，其中 $G(s) = \frac{(s+4)}{(s+1)(s-2)}$ ， k 為常數。



求：(1)畫出 $k=0\sim\infty$ 之根軌跡圖

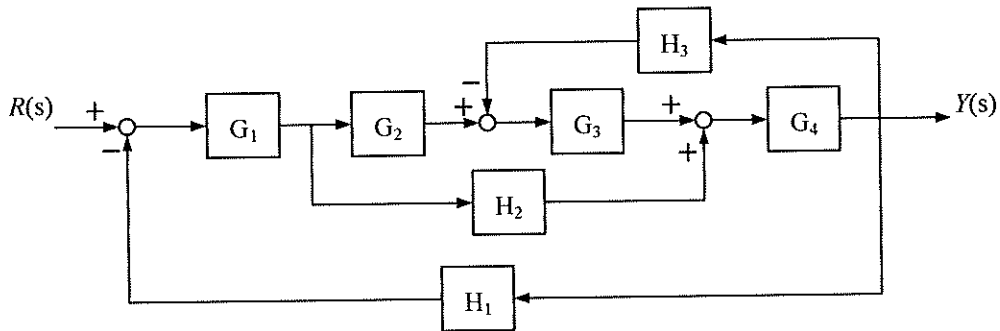
(2)根軌跡與虛數軸交點之 $s=?$ 以及 $k=?$

(3)設 $s = -1 + 3j$ ，請計算 $|G(s)|=?$ 以及 $\angle G(s)=?$

又該點是否為根軌跡的一點？若是，求該點的 $k=?$

試題三：〈 20 分 〉

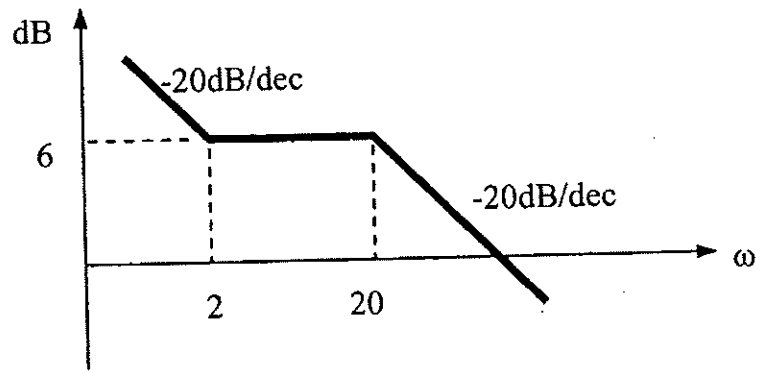
利用 Mason's Rule 求下圖之轉移函數。



試題四：〈 20 分 〉

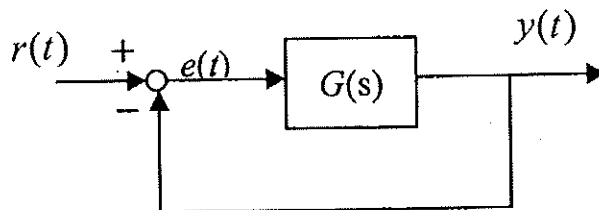
(1)何謂系統轉移函數 (Transfer Function) ？

(2)有一系統之增益圖如下圖所示，求該系統之轉移函數。



試題五：〈 20 分 〉

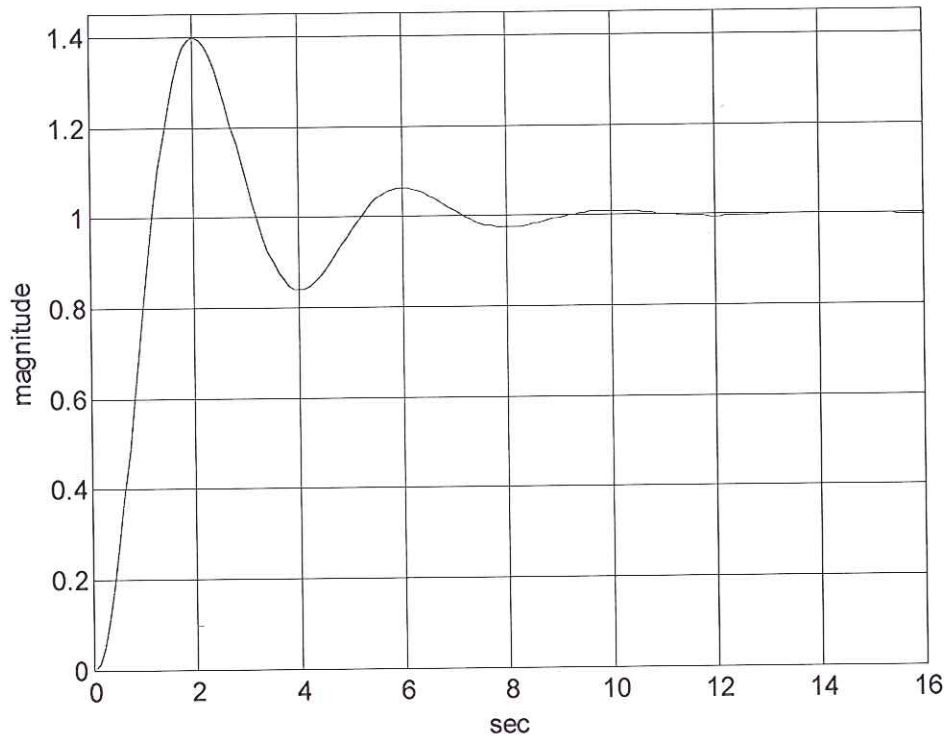
如下圖之系統， $G(s) = \frac{K}{s(s+1)(s+2)}$ 。(1)若圖中輸入為單位步階函數且 $K=10$ 時，求穩態誤差值，(2)若已知 $K=2$ 求圖中系統增益裕度(Gain Margin)為多少 dB？



機械 自動控制

試題一：〈 20 分〉

一標準的二階控制系統，受單位步級輸入，其響應如下圖。求該系統之轉移函數=?



[解]

由最大超越量得知

$$PO_{\max} = \frac{M_p - y(\infty)}{y(\infty)} = \frac{1.4 - 1}{1} = 0.4$$

由標準二階系統最大超越量得知

$$PO_{\max} = e^{\frac{-\pi\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}} = 0.4$$

$$\Rightarrow \zeta = \frac{-\ln(PO_{\max})}{\sqrt{\pi^2 + (\ln PO_{\max})^2}} = \frac{-\ln(0.4)}{\sqrt{\pi^2 + (\ln 0.4)^2}} = 0.280$$

$$\text{又尖峰時間為 } t_p = \frac{\pi}{\omega_d} = \frac{\pi}{\omega_n \sqrt{1-\zeta^2}}$$

$$\Rightarrow \omega_n = \frac{\pi}{t_p \sqrt{1-\zeta^2}} = \frac{\pi}{2\sqrt{1-0.28^2}} = 1.636$$

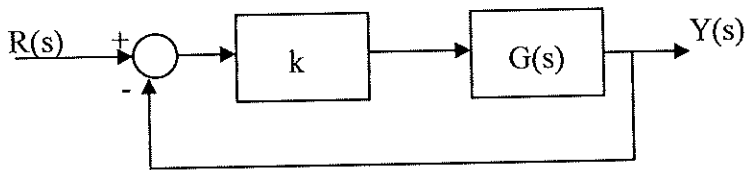
由標準二階系統之轉移函數得知

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$$

$$= \frac{1.636^2}{s^2 + 2 \times 0.28 \times 1.636s + 1.636^2} = \frac{2.68}{s^2 + 0.916s + 2.68}$$

試題二：〈 20 分〉

一負回授控制系統之方塊圖如下，其中 $G(s) = \frac{(s+4)}{(s+1)(s-2)}$ ， k 為常數。



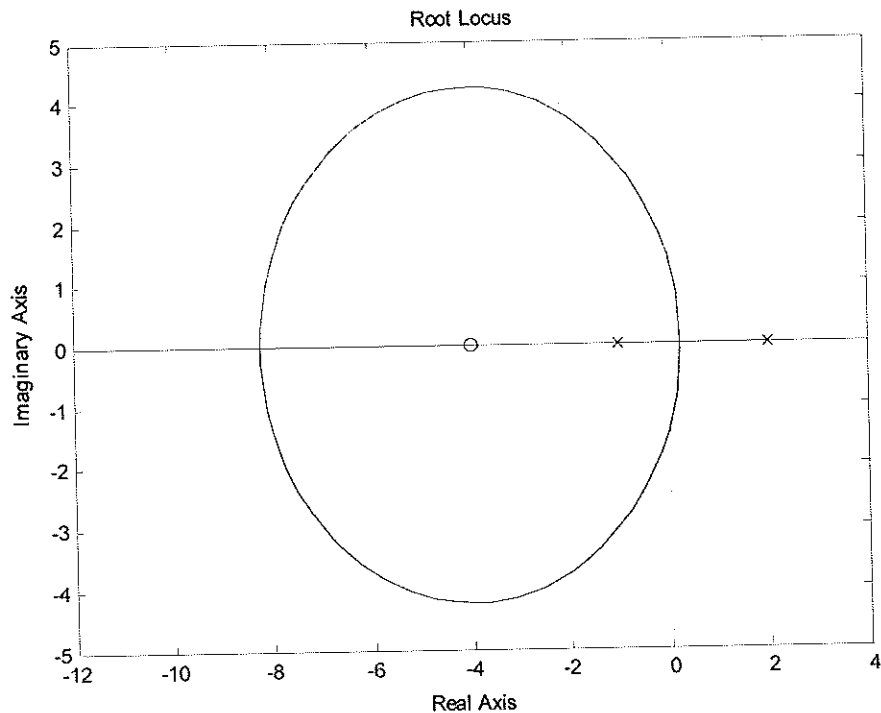
求：(1) 畫出 $k=0 \sim \infty$ 之根軌跡圖

(2) 根軌跡與虛數軸交點之 $s=?$ 以及 $k=?$

(3) 設 $s = -1 + 3j$ ，請計算 $|G(s)|=?$ 以及 $\angle G(s)=?$

又該點是否為根軌跡的一點？若是，求該點的 $k=?$

[解]



$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{\frac{k(s+4)}{(s+1)(s-2)}}{1 + \frac{k(s+4)}{(s+1)(s-2)}} = \frac{k(s+4)}{s^2 + (k-1)s + 4k-2}$$

$$\begin{array}{l} s^2 \left| \begin{array}{cc} 1 & 4k-2 \\ k-1 & \end{array} \right. \\ s^1 \left| \begin{array}{c} k-1 \end{array} \right. \\ s^0 \left| \begin{array}{c} 4k-2 \end{array} \right. \end{array}$$

當 $k=1$ 根軌跡與虛數軸交點 $\Rightarrow s^2 + (k-1)s + 4k-2=0 \Rightarrow s^2 + 2=0 \Rightarrow s = \pm\sqrt{2}j$

$$s = -1 + 3j \quad G(s) = \frac{(s+4)}{(s+1)(s-2)} = \frac{3+3j}{3j(-3+3j)}$$

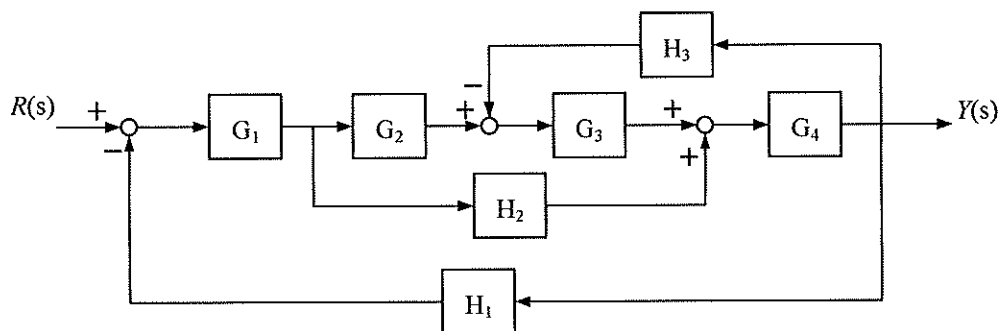
$$|G(s)| = \frac{\sqrt{3^2+3^2}}{3 \times \sqrt{(-3)^2+3^2}} = 0.333$$

$$\angle G(s) = \tan^{-1} \frac{3}{3} - 90 - (180 - \tan^{-1} \frac{3}{3}) = -180^\circ$$

該點為根軌跡的一點，該點的 $k = \frac{1}{|G(s)|} = 3$

試題三：〈 20 分 〉

利用 Mason's Rule 求下圖之轉移函數。



[解]

$$L_1 = -G_3 G_4 H_3, \quad L_2 = -G_1 G_4 H_1 H_2, \quad L_3 = -G_1 G_2 G_3 G_4 H_1$$

$$P_1 = G_1 G_2 G_3 G_4 \quad \Delta_1 = 1$$

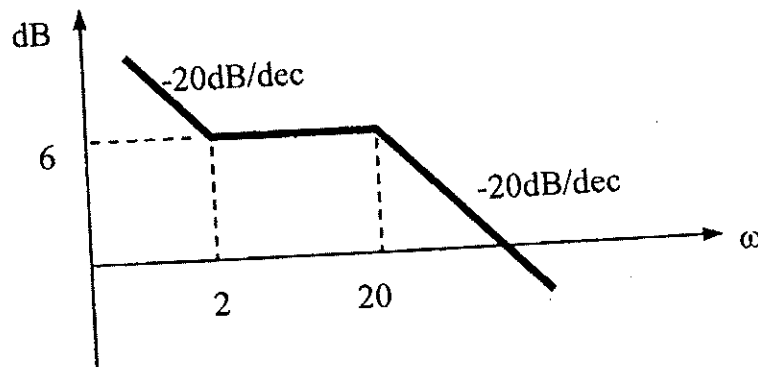
$$P_2 = G_1 H_2 G_4 \quad \Delta_2 = 1$$

$$\Rightarrow \frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{\sum P_i \Delta_i}{\Delta} = \frac{G_1 G_2 G_3 G_4 + G_1 H_2 G_4}{1 + G_3 G_4 H_3 + G_1 G_4 H_1 H_2 + G_1 G_2 G_3 G_4 H_1}$$

試題四：〈 20 分〉

(1) 何謂系統轉移函數 (Transfer Function) ?

(2) 有一系統之增益圖如下圖所示，求該系統之轉移函數。



[解]

3. (1) 线性非时变系统, 初值为 0 下, 输出与输入之比 轉換比

$$(2) G(s) = \frac{K(\frac{s}{2} + 1)}{s(\frac{s}{20} + 1)}$$

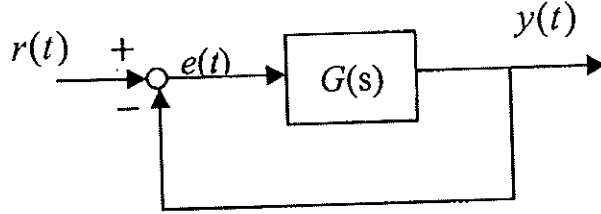
$$\text{知 } 6 = 20 \log |G|_{\omega=2} \quad \therefore K = 4$$

$$\text{故 } G(s) = \frac{40(s+2)}{s(s+20)}$$

試題五：〈 20 分〉

如下圖之系統， $G(s) = \frac{K}{s(s+1)(s+2)}$ 。(1)若圖中輸入為單位步階函數且 $K=10$ 時，求穩態

誤差值，(2)若已知 $K=2$ 求圖中系統增益裕度(Gain Margin)為多少 dB？



[解]

4. (1) $K_p = \lim_{s \rightarrow 0} G(s) = \infty$
 10 $\frac{Y}{R} = \frac{G}{1+G} = \frac{K}{s^3+3s^2+2s+K}$ 利用 Routh law $0 < K < 6$
 系統穩定
 當 $K=10$ 時系統 unstable, 故 e_{ss} 不存在

(2) $\frac{Y}{R} = \frac{K}{s^3+3s^2+2s+K}$ 臨界穩定 $K_u=6$
 $GM = 20 \log \frac{K_u}{K} = 20 \log \frac{6}{2} = 9.54 \text{ dB}$