

國立勤益科技大學 101 學年度研究所碩士班招生筆試試題卷

所別：機械工程系碩士班

組別：甲

科目：材料力學

准考證號碼：□□□□□□□□ (考生自填)

考生注意事項：

一、考試時間 100 分鐘。

二、

三、

試題一：〈20 分〉

如圖一所示某動物之骨頭材料之應力與應變關係可表示如下

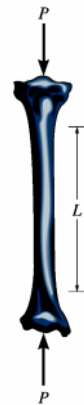
$$\sigma = \frac{E_0 \epsilon}{[1 + k \epsilon^2]}, \text{ 其中 } E_0 = 20 \text{ GPa}, k = 1.2。$$

試決定：

(1) 骨頭材料之初始剛性值 (Initial stiffness) (10%)

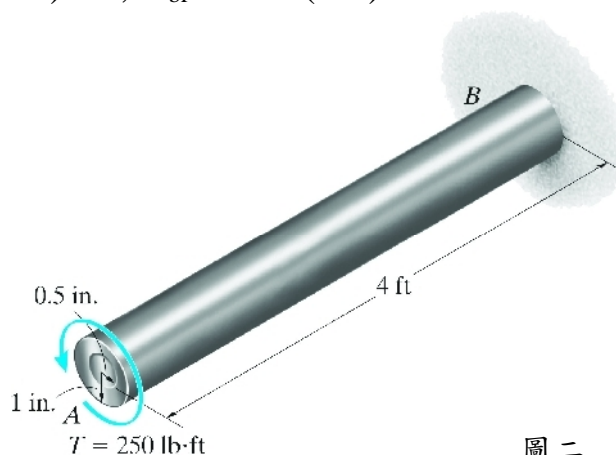
(2) 當骨頭材料承受壓力作用並產生 0.2% 之應變量時，其切線剛性 (tangential stiffness) 之大小。(10%)

Hint: Tangential stiffness $E_t = \frac{d\sigma}{d\epsilon}$



試題二：〈20 分〉

圖三所示之軸由鋼管銅製核心緊密接合，鋼管半徑 1in，銅核心半徑 0.5in。若自由端承受 $T = 250 \text{ lb} \cdot \text{ft}$ 之扭矩，請繪出橫截面上沿徑向線的剪應力分佈圖。取 $G_{st} = 11.4(10^3) \text{ ksi}$, $G_{br} = 5.20(10^3) \text{ ksi}$ 。



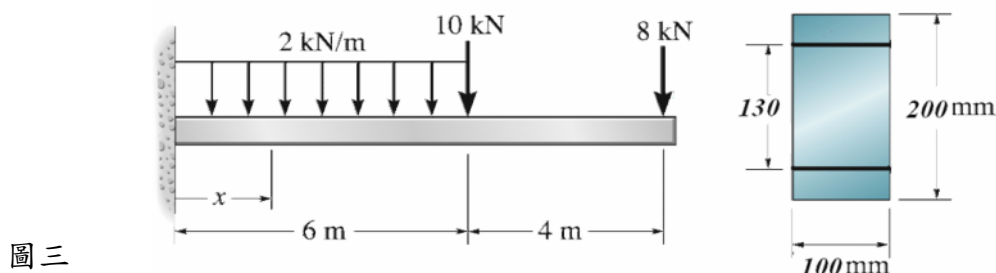
圖二

試題三：〈20分〉

一矩形剖面之懸臂樑，係由三件木板膠合成型，同時承受均勻負載與集中負載之作用（如圖三所示）。

(a) 試繪剪力圖與彎曲力矩圖。(10%)

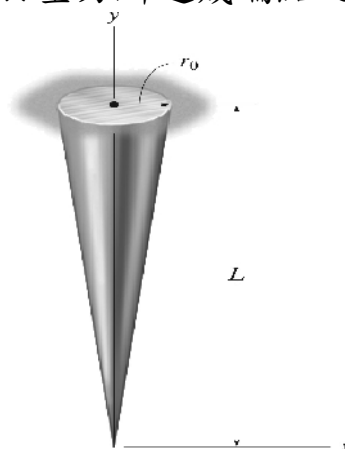
(b) 試求樑之最大拉伸應力 (10%)



圖三

試題四：〈20分〉

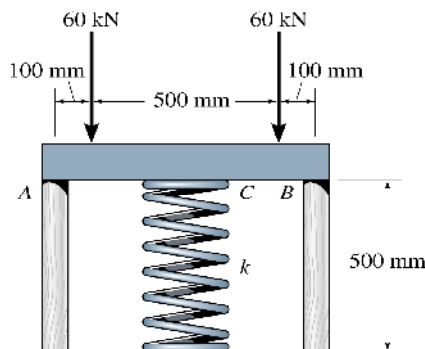
一桿件材料的比重為 γ ，彈性模數為 E 。若將其製造成一圓錐，半徑 r_0 ，尺寸示於圖四，當懸吊於垂直位置時，求由於重力所造成端點之位移。



圖四

試題五：〈20分〉

如圖五所示，剛性構件由兩短木桿與一根彈簧支撐，其中木桿之原始長度為 500mm，截面積為 800 mm²，彈性係數 $E_w=11$ GPa。彈簧未拉伸之長度為 520mm 且剛性 $k=1.8$ MN/m。若兩垂直力作用在剛性構件上方，試求此時 A 與 B 點之垂直位移。



圖五

國立勤益科技大學 101 學年度研究所碩士班招生筆試試題解答

所別：機械工程系碩士班

組別：甲

科目：材料力學

准考證號碼：□□□□□□□□ (考生自填)

考生注意事項：

一、考試時間 100 分鐘。

二、

三、

試題一：〈20 分〉

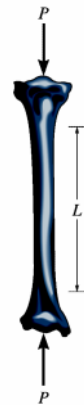
如圖一所示某動物之骨頭材料之應力與應變關係可表示如下

$$\sigma = \frac{E_0 \varepsilon}{[1 + E_0 \varepsilon]}, \text{ 其中 } E_0 = 20\text{GPa}, k = 1.2。$$

試決定：

(1) 骨頭材料之初始剛性值 (Initial stiffness) (10%)

(2) 當骨頭材料承受壓力作用並產生 0.2% 之應變量時，其切線剛性 (tangential stiffness) 之大小。(10%)



Hint: Tangential stiffness $E_t = \frac{d\sigma}{d\varepsilon}$

SOL:

Tangential stiffness

$$E_t = \frac{d\sigma}{d\varepsilon} = \frac{d}{d\varepsilon} \left(\frac{kE_0\varepsilon}{1 + E_0\varepsilon} \right) = kE_0 \left[\frac{(1 + E_0\varepsilon) - \varepsilon E_0}{(1 + E_0\varepsilon)^2} \right]$$

$$E_t = \frac{kE_0}{(1 + E_0\varepsilon)^2}$$

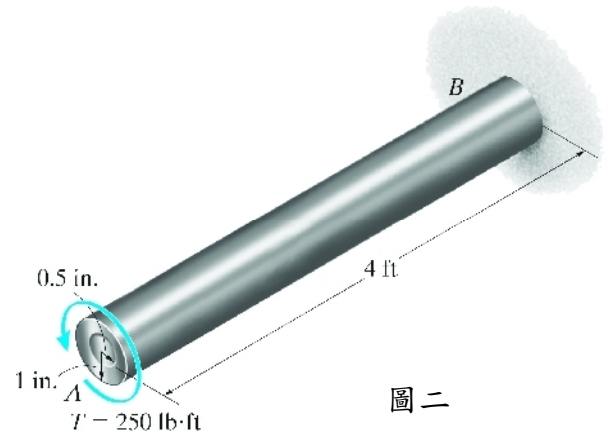
(1) Initial stiffness

當 $\varepsilon = 0.0$, $E_t = \frac{1.2 \times 20}{(1 + 0 \times 20)^2} = \frac{24}{1} = 24.0\text{GPa}$

(1) Tangential stiffness at $\varepsilon = 0.002$, $E_t = \frac{1.2 \times 20}{(1 + 0.002 \times 20)^2} = \frac{24}{1.04^2} = 22.189\text{GPa}$

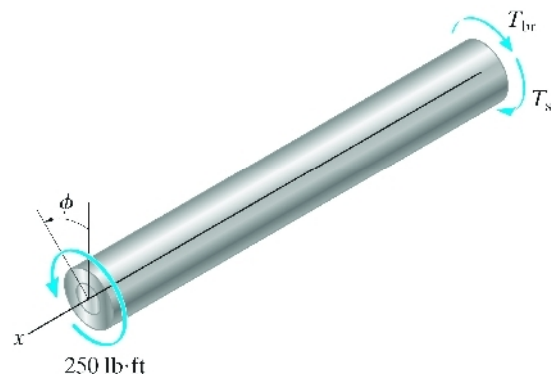
試題二：〈20分〉

圖三所示之軸由鋼管銅製核心緊密接合，鋼管半徑 1in，銅核心半徑 0.5in。若自由端承受 $T = 250 \text{ lb} \cdot \text{ft}$ 之扭矩，請繪出橫截面上沿徑向線的剪應力分佈圖。取 $G_{\text{st}} = 11.4(10^3) \text{ ksi}$, $G_{\text{br}} = 5.20(10^3) \text{ ksi}$ 。



圖二

$$-T_{\text{st}} - T_{\text{br}} + 250 \text{ lb} \cdot \text{ft}(12 \text{ in./ft}) = 0 \quad (1)$$



$$\phi = \phi_{\text{st}} = \phi_{\text{br}}$$

$$\frac{T_{\text{st}} L}{(\pi/2)[(1 \text{ in.})^4 - (0.5 \text{ in.})^4]11.4(10^3) \text{ kip/in}^2} = \frac{T_{\text{br}} L}{(\pi/2)(0.5 \text{ in.})^4 5.20(10^3) \text{ kip/in}^2}$$

$$T_{\text{st}} = 32.88 T_{\text{br}} \quad (2)$$

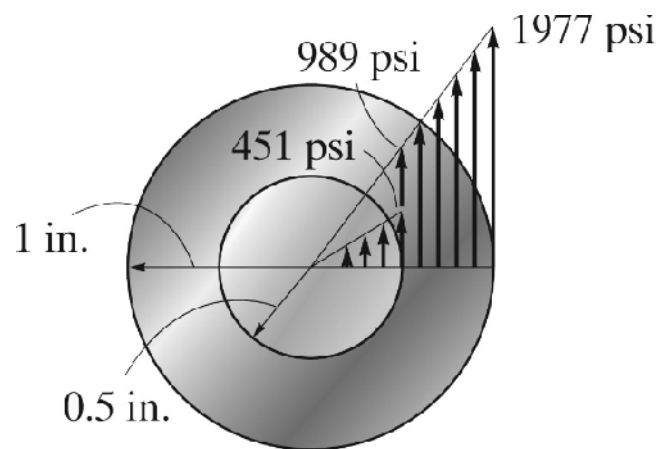
$$T_{\text{st}} = 2911.5 \text{ lb} \cdot \text{in.} = 242.6 \text{ lb} \cdot \text{ft}$$

$$T_{\text{br}} = 88.5 \text{ lb} \cdot \text{in.} = 7.38 \text{ lb} \cdot \text{ft}$$

$$(\tau_{br})_{\max} = \frac{(88.5 \text{ lb} \cdot \text{in.})(0.5 \text{ in.})}{(\pi/2)(0.5 \text{ in.})^4} = 451 \text{ psi}$$

$$(\tau_{st})_{\min} = \frac{(2911.5 \text{ lb} \cdot \text{in.})(0.5 \text{ in.})}{(\pi/2)[(1 \text{ in.})^4 - (0.5 \text{ in.})^4]} = 988 \text{ psi}$$

$$(\tau_{st})_{\max} = \frac{(2911.5 \text{ lb} \cdot \text{in.})(1 \text{ in.})}{(\pi/2)[(1 \text{ in.})^4 - (0.5 \text{ in.})^4]} = 1977 \text{ psi}$$



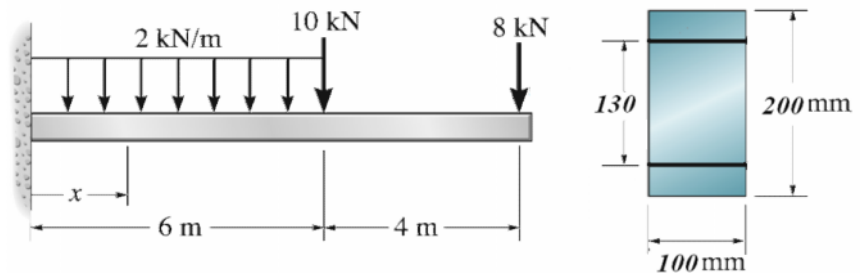
試題三：〈20分〉

一矩形剖面之懸臂樑，係由三件木板膠合成型，同時承受均勻負載與集中負載之作用（如圖三所示）。

(a) 試繪剪力圖與彎曲力矩圖。(10%)

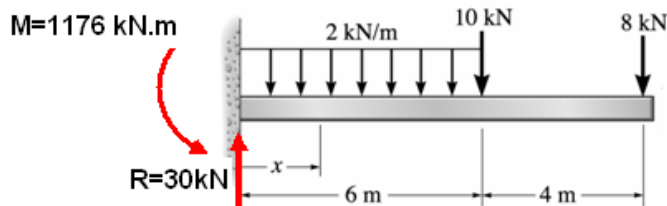
(b) 試求樑之最大拉伸應力 (10%)

圖三



SOL:

(a) Reaction forces at support

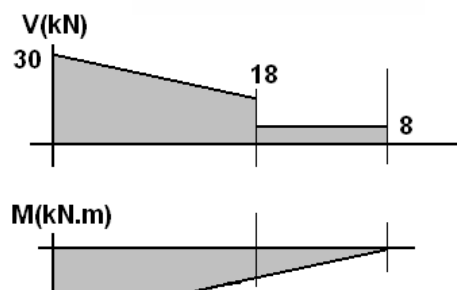


Shear force diagram and bending moment diagram

(b) Maximum bending stress

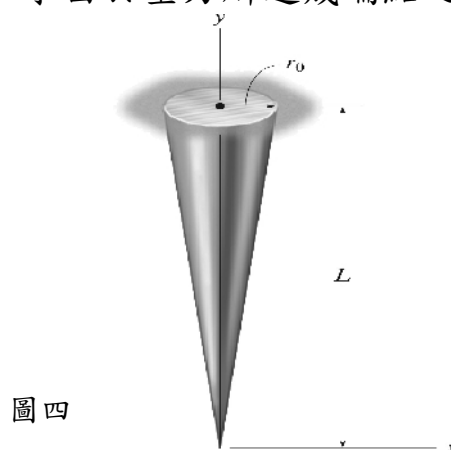
$$M_{\max} = 176 \text{ kN.m} \quad I = \frac{bh^3}{12} = \frac{100(200)^3}{12} = 66.7(10^6) \text{ mm}^4$$

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{\max} C}{I} = \frac{176(10^3)(10^3)(100)}{66.7(10^6)} = 2638 \text{ MPa}$$



試題四：〈20分〉

一桿件材料的比重為 γ ，彈性模數為 E 。若將其製造成一圓錐，半徑 r_0 ，尺寸示於圖四，當懸吊於垂直位置時，求由於重力所造成端點之位移。



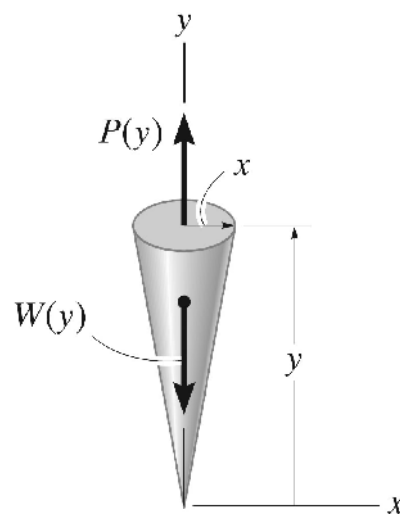
圖四

$$\frac{x}{y} = \frac{r_0}{L} ; \quad x = \frac{r_0}{L} y$$

$$V = \frac{\pi}{3} y x^2 = \frac{\pi r_0^2}{3L^2} y^3$$

$$+\uparrow \Sigma F_y = 0 ; \quad P(y) = \frac{\gamma \pi r_0^2}{3L^2} y^3$$

$$A(y) = \pi x^2 = \frac{\pi r_0^2}{L^2} y^2$$

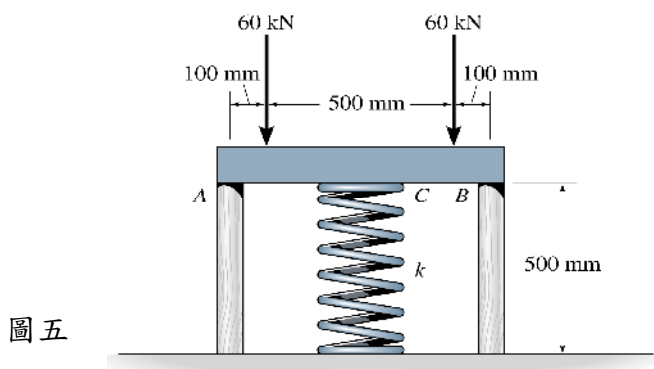


$$\begin{aligned} \delta &= \int_0^L \frac{P(y) dy}{A(y) E} = \int_0^L \frac{[(\gamma \pi r_0^2 / 3L^2) y^3] dy}{[(\pi r_0^2 / L^2) y^2] E} \\ &= \frac{\gamma}{3E} \int_0^L y dy \\ &= \frac{\gamma L^2}{6E} \end{aligned}$$



試題五：〈 20 分〉

如圖五所示，剛性構件由兩短木桿與一根彈簧支撐，其中木桿之原始長度為 500mm，截面積為 800 mm^2 ，彈性係數 $E_w=11 \text{ GPa}$ 。彈簧未拉伸之長度為 520mm 且剛性 $k=1.8\text{MN/m}$ 。若兩垂直力作用在剛性構件上方，試求此時 A 與 B 點之垂直位移。



圖五

SOL:

Due to symmetrical system and loading

$$F_A = F_B = F$$

$$\sum F_y = 0 \quad , \quad F_{SP} + 2F - 120 \times 10^3 = 0 \quad (1)$$

spring equation :

$$F_{SP} = k(\delta_A + 0.02) = 1.8 \times 10^6 \left[\frac{F(0.5)}{800(10)^6(11)(10^9)} + 0.02 \right]$$

$$F_{SP} = 0.10227 F + 36000 \quad (2)$$

Solving Eq.(1) & (2)

$$F_{SP} = 40.0846 \text{ kN}$$

$$F = 39.9568 \text{ kN}$$

$$\delta = \frac{39.9568(10^3)(0.5)}{800(10^6)(11)(10^9)} = 0.00227 \text{ m} = 2.27 \text{ mm}$$