國立勤益科技大學九十八學年度研究所碩士班招生筆試試題卷

所別：冷凍空調與能源研究所　　　　組別：

科目：工程數學

准考證號碼：□□□□□□□□（考生自填）

考生注意事項：
一、考試時間 100 分鐘。
二、可不依題號次序作答，但應標明題號。
三、本卷共兩頁，第一頁為附表，第二頁為試題。

必要時可利用以下附表

附表一：
已知 $f(t)$的拉卜拉斯轉換爲 $F(s)$，即 $L\{f(t)\}=F(s)$，則存在下列各定理：

$L\{f'(t)\}=sF(s)-f(0)$; $L\{f''(s)\}=s^2F(s)-sf(0)-f'(0)$
$L\left[\int_0^t f(u)\,du\right]=\dfrac{F(s)}{s}=\dfrac{L[f(t)]}{s}$
$F'(s)=\dfrac{dF(s)}{ds}=\dfrac{d(L[f(t)])}{ds}=-L[tf(t)]$
$\int_s^\infty F(u)du=L\left[\dfrac{f(t)}{t}\right]$
$L[e^{at}f(t)]=F(s-a)$
$L[f(t)]=\dfrac{1}{1-e^{-Ts}}\int_0^T f(t)e^{-st}\,dt=\dfrac{1}{1-e^{-Ts}}L[f_1(t)]$
$L[\int_0^t f(t-\tau)g(\tau)d\tau]=L[f(t)*g(t)]=F(s)\cdot G(s)$

附表二：
各基本函數 $f(t)$的拉卜拉斯轉換：

$f(t)$	1	e^{at}	$\sin at$	$\cos at$	$\sinh at$	$\cosh at$	t^n
$L[f(t)]$	$1/s$	$1/(s-a)$	$a/(s^2+a^2)$	$s/(s^2+a^2)$	$a/(s^2-a^2)$	$s/(s^2-a^2)$	$n!/s^{n+1}$

試題一：〈20 分〉[**(1-1)：10 分，(1-2)：10 分**]

(1-1)求解齊次尤拉微分方程式(homogeneous Euler equation) $x^2y''-5xy'+8y=0$

(1-2)求解非齊次尤拉微分方程式(non-homogeneous Euler equation) $x^2y''-5xy'+8y=2\ln x$

試題二：〈18 分〉

Solve the initial value problem $y''+16y=\cos 4t,\ y(0)=0, y'(0)=1$ by Laplace Transform.

試題三：〈共 12 分〉[每一未知數 4 分，共 12 分]

試以 *Cramer's Rule* 求解以下線性方程組

$$2x_1+x_2-x_3=5$$
$$x_1-3x_2+x_3=2$$
$$x_1+3x_2-3x_3=0$$

試題四：〈24 分〉[**(4-1)：5 分，(4-2)：15 分，(4-3)：4 分**]

若 $f(x)=|x|$ 且 $f(x+2\pi)=f(x)$

(4-1)匯出 $[-\pi,\pi]$ 區間 $f(x)$ 函數圖

(4-2)求 $f(x)$ 的傅立葉級數(Fourier Series)

(4-3)利用(4-2)結果證明 $1+\frac{1}{3^2}+\frac{1}{5^2}+\frac{1}{7^2}\ldots=\frac{\pi^2}{8}$

試題五：〈14 分〉

若：$A=\begin{bmatrix}2 & -1 & -3\\ 4 & 2 & 1\\ -3 & 2 & 4\end{bmatrix}$；利用伴隨矩陣法求 A^{-1}。

試題六：〈共 12 分〉

Calculate the work done by $\vec{F}=x\cdot\vec{i}-y\cdot\vec{j}+yz\cdot\vec{k}$ in moving a particle along with the curve

$C: x=t^2, y=-t,\ z=t+1$ for $0\le t\le 2$.[提示:利用非定力"作功'關係式求之]