

國立勤益科技大學 100 學年度研究所碩士班招生筆試試題卷
所別： 工業工程與管理研究所 組別： 品管統計組
科目： 統計學

准考證號碼：□□□□□□□□ (考生自填)

考生注意事項：

- 一、考試時間 100 分鐘。
- 二、可使用電子計算器。
- 三、試題共有八大題，總分 200 分；應於答案卷作答（免抄題，但請標明題號）。

試題一：〈共 35 分〉

一副牌共有 52 張，其中紅心、方塊、黑桃、梅花各有 13 張。某甲以抽出放回方式，每次抽一張牌，試回答下列問題：

1. 今連續抽 130 次，令 X 表抽到老 K 的次數，則 X 呈何種分配？列出其機率函數。(5 分)
2. 續題 1，求 $P(6 \leq X \leq 14)$ (列式即可)。(5 分)
3. 未免計算麻煩，對於第 2 題之機率值，某甲認為可以卜瓦松分配 (Poisson distribution) 去求近似值，某乙認為可以柴比雪夫不等式 (Chebyshev's inequality) 求之，請問甲、乙所得之近似值為何 (列式即可)？你認為何者之說法最適當？(須說明理由)。(10 分)
4. 今有連續抽出 13 張牌的賭局，若此 13 張牌中過半數的牌花色相同，則某甲可實得 5,000 元的獎金，否則某甲將輸掉 500 元賭金，試問某甲應否下注？(列出計算式並說明何種情況某甲即可下注) (10 分)。
5. 若採抽出不放回的方式抽取 5 張牌，求至少有三張牌同花色的機率 (列式即可) (5 分)。

試題二：〈共 15 分〉

已知恆常所得 $Y_p \sim N(\mu_p, \sigma_p^2)$ ，暫時所得 $Y_t \sim N(0, \sigma_t^2)$ ，且 $Cov(Y_p, Y_t) = 0$ 。

1. 若所得 Y 為恆常所得與暫時所得之和，求 Y 之分配。(5 分)
2. 續題 1，若又知短期消費 C 與所得 Y 之關係為 $C = a + kY$ ，求 C 之分配。(5 分)
3. 設 r 為稅率，若消費 C 與所得 Y 之關係為 $C = a + k(Y - rY)$ ，求 C 之分配。(5 分)

試題三：〈共 20 分〉

一家大公司的人員去年全年請假的天數呈一常態分配，平均數為 21 天，標準差為 8 天。

1. 該公司的董事長決定不發年終獎金給請假天數落在最多的 20% 以內的人員。若一員工可領年終獎金，其請假天數最多不可超過幾天？(10 分)
2. 若請假天數少於 11 天的員工共有 36 人，試問該公司共有員工多少人？(10 分)

試題四：〈共 30 分〉

設間斷隨機變數 X 與 Y 之聯合機率分配為：

$$f(x,y) = k(x^2 - y)^2, \quad x = 0, 1, 2, \quad y = -1, 0, 1$$

1. 求 k 。(5 分)
2. 試分別求 X 與 Y 之邊際機率函數(10 分)
3. 試求條件機率函數 $f(X|Y=0)$ 。(5 分)
4. 試求 $E(X|Y=0)$ 與 $V(X|Y=0)$ 。(10 分)

試題五：〈共 30 分〉

從兩個常態母體中隨機抽出兩組獨立樣本，而其樣本平均數，樣本標準差及樣本大小分別表示如下：

樣本	樣本數	樣本平均數	樣本標準差
樣本一	$n_1 = 10$	$\bar{x} = 120$	$s_1 = 6.2$
樣本二	$n_2 = 13$	$\bar{y} = 160$	$s_2 = 5.5$

1. 試求兩母體平均數差 $\mu_1 - \mu_2$ 之 95% 信賴區間？(15 分)
2. 在顯著水準 $\alpha = 0.05$ 下，檢定兩母體的平均數是否相等？(15 分)

試題六：〈共 30 分〉

抽取 100 個樣本，檢定盒裝牛奶平均重量是否小於 250 公克，已知標準差 $\sigma = 5$ 公克。設定虛無假設 $H_0: \mu = 250$ ，對立假設 $H_1: \mu < 250$ ，試回答下列問題：

1. 若抽樣所得樣本平均數為 249.5 公克，在顯著水準 $\alpha = 0.025$ 下進行檢定，請說明檢定過程與結果？(10 分)
2. 若母體實際平均重量為 $\mu = 247.8$ 公克，根據題 1 之決策法則，請求型 II 誤差？(10 分)
3. 請計算題 2 的檢定力為何？(10 分)

試題七：〈共 20 分〉

The following was the average expected losses due to failures in ten operators before and after taking a strict and professional staff training program.

Before (μ_1)	36	70	44	125	30	60	82	44	30	18
After (μ_2)	40	62	46	120	33	52	76	39	26	10

1. Construct a 95% confidence interval for $\mu_1 - \mu_2$. (10 分)
2. Use the 0.05 level of significance to test whether the staff training program is effective? (10 分)

試題八：〈20 分〉

In the accompanying table, x is the tensile force applied to a steel specimen in thousands of pounds, and y is the resulting elongation in thousandths of an inch:

x	1	2	3	4	5	6
y	14	33	40	63	76	85

Find the equation of the least square line, and use it to predict the elongation when the tensile force is 3.5 thousand pounds.

查表參考：

標準常態分配：若 $Z \sim N(0, 1)$ ，

$\Phi(1.24) = P(Z < 1.24) = 0.8925$, $\Phi(1.25) = P(Z < 1.25) = 0.8944$, $\Phi(1.26) = P(Z < 1.26) = 0.8962$,
 $\Phi(1.28) = P(Z < 1.28) = 0.90$, $\Phi(0.84) = P(Z < 0.84) = 0.80$, $\Phi(0) = P(Z < 0) = 0.5$ 。

t 分配：

$t_{0.025,(19)} = 2.093$, $t_{0.025,(20)} = 2.086$, $t_{0.025,(21)} = 2.080$, $t_{0.05,(19)} = 1.729$, $t_{0.05,(20)} = 1.725$,

$t_{0.05,(21)} = 1.721$, $t_{0.025,(8)} = 2.306$, $t_{0.025,(9)} = 2.262$, $t_{0.025,(10)} = 2.228$, $t_{0.05,(8)} = 1.86$,

$t_{0.05,(9)} = 1.833$, $t_{0.05,(10)} = 1.812$ 。

F 分配

$F_{0.025,(10,13)} = 3.25$, $F_{0.05,(10,13)} = 2.67$, $F_{0.025,(13,10)} = 3.58$, $F_{0.05,(13,10)} = 2.89$,

$F_{0.025,(9,12)} = 3.44$, $F_{0.05,(9,12)} = 2.80$, $F_{0.025,(12,9)} = 3.87$, $F_{0.05,(12,9)} = 3.07$ 。