

國立勤益科技大學 101 學年度研究所碩士班招生筆試試題卷
所別：專案管理研究所 組別：創新管理組
科目：微積分
准考證號碼：□□□□□□□□ (考生自填)

考生注意事項：

一、考試時間 100 分鐘。

二、應考人不得自行攜帶電子計算器，一律由本校統一提供。

試題一：試以有理化分母之方法，求 $\lim_{x \rightarrow 27} \frac{x-27}{\sqrt[3]{x}-3}$ 。〈20 分〉

試題二：求 $\lim_{x \rightarrow 0^+} x^{1/\ln x}$ 。〈20 分〉

試題三：若 $y = x^x$ ，求 y' 。〈20 分〉

試題四：請計算以下三角函數積分。〈20 分〉

$$\int \sin^3 x \cos^4 x dx$$

試題五：請計算以下分數積分。〈20 分〉

$$\int \frac{8x^3 + 13x}{(x^2 + 2)^2} dx$$

國立勤益科技大學 101 學年度研究所碩士班招生筆試解答
所別：專案管理研究所 組別：創新管理組
科目：微積分

試題一：試以有理化分母之方法，求 $\lim_{x \rightarrow 27} \frac{x-27}{\sqrt[3]{x}-3}$ 。 〈20 分〉

$$\begin{aligned} \text{解：} \lim_{x \rightarrow 27} \frac{x-27}{\sqrt[3]{x}-3} &= \lim_{x \rightarrow 27} \frac{(x-27)(\sqrt[3]{x^2}+3\sqrt[3]{x}+9)}{(\sqrt[3]{x}-3)(\sqrt[3]{x^2}+3\sqrt[3]{x}+9)} = \lim_{x \rightarrow 27} \frac{(x-27)(\sqrt[3]{x^2}+3\sqrt[3]{x}+9)}{x-27} \\ &= \lim_{x \rightarrow 27} (\sqrt[3]{x^2}+3\sqrt[3]{x}+9) = 27 \circ \end{aligned}$$

試題二：求 $\lim_{x \rightarrow 0^+} x^{1/\ln x}$ 。 〈20 分〉

$$\text{解：} \lim_{x \rightarrow 0^+} x^{1/\ln x} = \lim_{x \rightarrow 0^+} e^{\ln x \cdot 1/\ln x} = \lim_{x \rightarrow 0^+} e = e \circ$$

試題三：若 $y = x^x$ ，求 y' 。 〈20 分〉

$$\begin{aligned} \text{解：} y &= x^x \\ \ln y &= \ln x^x \\ \ln y &= x \ln x \\ \frac{1}{y} \cdot y' &= 1 \cdot \ln x + x \cdot \frac{1}{x} = 1 + \ln x \\ y' &= y(1 + \ln x) = x^x(1 + \ln x) \circ \end{aligned}$$

試題四：請計算以下三角函數積分 $\int \sin^3 x \cos^4 x dx$ 。 〈20 分〉

$$\begin{aligned} \int \sin^3 x \cos^4 x dx &= \int \sin^2 x \cos^4 x (\sin x) dx \\ &= \int (1 - \cos^2 x) \cos^4 x \sin x dx \\ &= \int (\cos^4 x - \cos^6 x) \sin x dx \\ &= \int \cos^4 x \sin x dx - \int \cos^6 x \sin x dx \\ &= - \int \cos^4 x \frac{d \cos x}{- \sin x} + \int \cos^6 x \frac{d \cos x}{- \sin x} \\ &= - \frac{\cos^5 x}{5} + \frac{\cos^7 x}{7} + C \end{aligned}$$

試題五：請計算以下分數積分 $\int \frac{8x^3 + 13x}{(x^2 + 2)^2} dx$ 。〈20分〉

$$\frac{8x^3 + 13x}{(x^2 + 2)^2} = \frac{Ax + B}{x^2 + 2} + \frac{Cx + D}{(x^2 + 2)^2}$$

$$\begin{aligned} \int \frac{8x^3 + 13x}{(x^2 + 2)^2} dx &= \int \left(\frac{8x}{x^2 + 2} + \frac{-3x}{(x^2 + 2)^2} \right) dx \\ &= 4 \ln(x^2 + 2) + \frac{3}{2(x^2 + 2)} + C. \end{aligned}$$