國立勤益科技大學101學年度研究所碩士班招生筆試試題卷
所別：電子工程系碩士班　組別：電子組
科目：工程數學
准考證號碼：□□□□□□□□（考生自填）

考生注意事項：
一、考試時間100分鐘。
二、應考人不得自行攜帶電子計算器、翻譯機或通訊設備等作答。
三、試題共五題，共100分，請依題號順序作答。

試題一：〈20分〉

Find the continue fraction values

(a) $\dfrac{1}{2+\dfrac{1}{2+\dfrac{1}{2+\dfrac{1}{2+\cdots\cdots}}}}$; (b) $x+1=\dfrac{1}{x+\dfrac{1}{x+\dfrac{1}{x+\dfrac{1}{x+\cdots\cdots}}}}$

試題二：〈20分〉

Solve the differential equation: y” + 4y = $3x^2$+2x+1.

試題三：〈 20分〉

Use Cramer’s rule to solve $\begin{aligned} x_1+2x_2+x_3&=5 \\ 2x_1+2x_2+x_3&=6 \\ x_1+2x_2+3x_3&=9 \end{aligned}$

試題四：〈 20分〉

If z_1=2-3*i* and z_2=4+6*i*, find (a) $\dfrac{z_1}{z_2}$, (b)$|z_1|$, (c)the conjugate of z_2 , and (d) Im(z_1z_2).

試題五：〈 20分〉

Let $f(x)=x$ for $-\pi\le x\le\pi$. Find the Fourier series of the function f(x)

國立勤益科技大學101學年度研究所碩士班招生筆試試題卷
所別：電子工程系碩士班　組別：電子組
科目：工程數學
准考證號碼：□□□□□□□□（考生自填）

考生注意事項：
一、考試時間100分鐘。
二、應考人不得自行攜帶電子計算器、翻譯機或通訊設備等作答。
三、試題共五題，共100分，請依題號順序作答。

試題一：〈20分〉

Find the continue fraction values

(a) $\cfrac{1}{2+\cfrac{1}{2+\cfrac{1}{2+\cfrac{1}{2+\cdots}}}}$; (b) $x+1=\cfrac{1}{x+\cfrac{1}{x+\cfrac{1}{x+\cfrac{1}{x+\cdots}}}}$

Ans: (a) Let $x=\cfrac{1}{2+\cfrac{1}{2+\cfrac{1}{2+\cfrac{1}{2+\cdots}}}}$, and we have $x=\frac{1}{2+x}$, $x(2+x)=1$, $x^2+2x=1$,

$x^2+2x-1=0$

The solutions are $x=\frac{-2\pm\sqrt{2^2-4(-1)}}{2}=\frac{-2\pm\sqrt{8}}{2}=\frac{-2\pm2\sqrt{2}}{2}=-1\pm\sqrt{2}$

Since the original equation is positive, the only solution is $x=-1+\sqrt{2}$

(b) $x+1=\cfrac{1}{x+\cfrac{1}{x+\cfrac{1}{x+\cfrac{1}{x+\cdots}}}}$; Let $x+1=\frac{1}{x+x+1}$, then $(2x+1)(x+1)=1$,

$2x^2+2x+x+1=1$, $2x^2+3x=0$, $x(2x+3)=0$, $x=0$ or $x=-3/2$

試題二：〈20 分〉

Solve the differential equation: y” + 4y = $3x^2+2x+1$.

Ans : The solving procedure are divided into two parts : (1). Finding the homogeneous solution, (2). Finding the non-homogeneous solution.

(1). finding the homogeneous solution.
Solve the differential equation y” + 4y =0. Let $y=e^{Ax}$, $A^2+4=0$, A=2i, and we have the solutions $y_h(x)=C_1e^{2ix} + C_2e^{-2ix}$ or $y_h(x)=C_1\cos(2x)+C_2\sin(2x)$

(2) Finding the non-homogeneous solution.
Solve the differential equation y” + 4y = $3x^2+2x+1$. Let $y(x)=ax^2+bx+c$ then y’(x)=2ax+b, y’’(x)=2a, and we have $2a+4(ax^2+bx+c)=3x^2+2x+1$, 4a=3, 4b=2, 2a+4c=1. Therefore, a=3/4, b=1/2, c=-1/8. The non-homogenous solution is $y_p(x)=3/4x^2+1/2x-1/8$.

$y(x)=y_h(x)+y_p(x)= C_1\cos(2x)+C_2\sin(2x)+ (3/4)x^2+(1/2)x+(-1/8)$.

試題三：〈 20 分〉

Use Cramer’s rule to solve

$$\begin{aligned} x_1+2x_2+x_3&=5\\ 2x_1+2x_2+x_3&=6\\ x_1+2x_2+3x_3&=9 \end{aligned}$$

Ans:

$$\det(A)=\begin{vmatrix}1&2&1\\2&2&1\\1&2&3\end{vmatrix}=-4,\quad \det(A_1)=\begin{vmatrix}5&2&1\\6&2&1\\9&2&3\end{vmatrix}=-4,\quad \det(A_2)=\begin{vmatrix}1&5&1\\2&6&1\\1&9&3\end{vmatrix}=-4,$$

$$\det(A_3)=\begin{vmatrix}1&2&5\\2&2&6\\1&2&9\end{vmatrix}=-4$$

故 $x_1=\frac{-4}{-4}=1,\ x_2=\frac{-4}{-4}=1,\ x_3=\frac{-8}{-4}=2$

試題四：〈 20 分〉

If z_1=2-3*i* and z_2=4+6*i*, find (a) $\frac{z_1}{z_2}$, (b)$|z_1|$, (c)the conjugate of z_2 , and (d) Im(z_1z_2).

Ans:

（a）

$$\frac{2-3i}{4+6i}=\frac{2-3i}{4+6i}\frac{4-6i}{4-6i}=\frac{8-12i-12i+18i^2}{16+36}$$

$$=\frac{-10-24i}{52}=-\frac{5}{26}-\frac{6}{13}i$$

（b）

$$|z_1|=\sqrt{2^2+(-3)^2}=\sqrt{13}$$

（c）

$$\overline{z_2}=4-6i$$

（d）

$$\mathrm{Im}\big((2-3i)(4+6i)\big)=\mathrm{Im}(8+12i-12i-18i^2)$$

$$=\mathrm{Im}(26)=0$$

試題五：〈 20 分〉

Let $f(x)=x$ for $-\pi\le x\le\pi$. Find the Fourier series of the function f(x)

Ans:

$$a_0=\frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi}xdx=0$$

$$a_n=\frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi}x\cos(n\pi)dx=\left[\frac{1}{n^2\pi}\cos(nx)+\frac{x}{n\pi}\sin(n\pi)\right]_{-\pi}^{\pi}=0$$

$$b_n=\frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi}x\sin(nx)dx$$

$$=\left[\frac{1}{n^2\pi}\sin(nx)-\frac{x}{n\pi}\cos(n\pi)\right]_{-\pi}^{\pi}$$

$$=-\frac{2}{n}\cos(n\pi)=\frac{2}{n}(-1)^{n+1}$$

若 n 為整數，則 $\cos(n\pi)=(-1)^n$

x 於 $[-\pi,\pi]$ 上之傅立葉級數為

$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2}{n}(-1)^{n+1}\sin(nx)=2\sin(x)-\sin(2x)+\frac{2}{3}\sin(3x)-\frac{1}{2}\sin(4x)+\frac{2}{5}\sin(5x)-...$$