

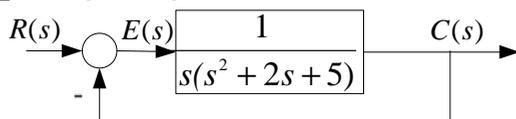
國立勤益科技大學 101 學年度研究所碩士班招生筆試試題卷
 所別： 電機工程研究所 組別：機電控制
 科目： 自動控制
 准考證號碼：□□□□□□□□ (考生自填)

考生注意事項：
 一、考試時間 100 分鐘。
 二、准予使用工程型計算機

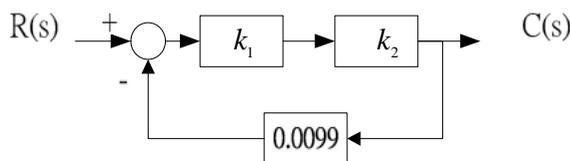
試題一：選擇題〈 20 分〉

()1. 一受控系統輸出入數學模型以拉氏轉換表示為 $\frac{1}{s^2(s^2 + 2s + 5)}$ ，則此系統的型態(type)為 (A)type 0 (B) type 1 (C)type 2(D)type 3(E) type 5。(5%)

()2. 一受控系統的閉迴路控制方塊圖如下所示，此系統的速度誤差常數 k_v 為(A)0 (B) $\frac{1}{2}$ (C) $\frac{1}{3}$ (D) $\frac{1}{5}$ (E) ∞ 。(5%)



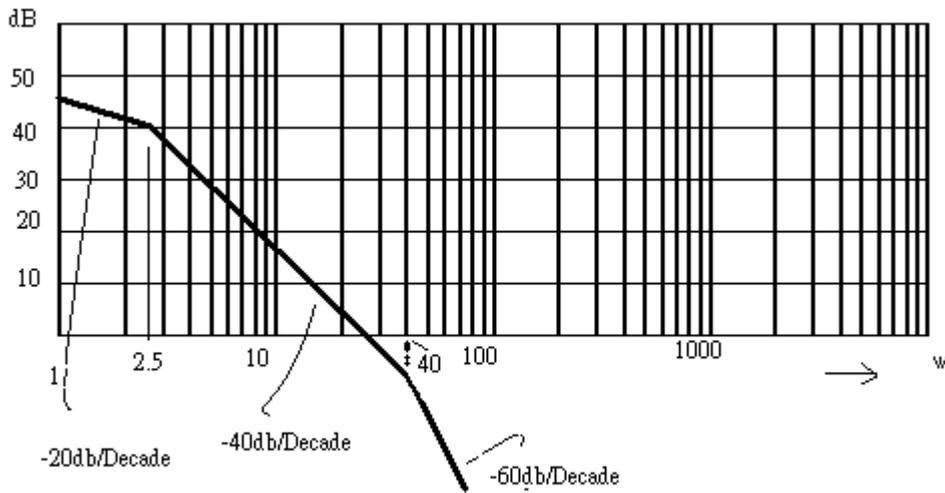
()3. 如下圖所示， $G(s) = \frac{C(s)}{R(s)}$ ，當 $k_1 = k_2 = 100$ 時，靈敏度 $S_{k_1}^G$ 為多少？
 (A)100 (B)10(C)1(D)0.1(E)0.01。(5%)



()4. 以下一階系統中，那一個的安定時間最小(A) $\frac{1}{s+1}$ (B) $\frac{2}{s+2}$ (C) $\frac{3}{s+3}$ (D) $\frac{4}{s+4}$ (E)皆相同。(5%)

試題二：〈 16 分〉

如圖所示之最小相系統的近似波德圖，試求出對應系統的轉移函數(16%)



試題三：〈 16 分〉

某單位回授系統的單位步階響應為

$$c(t) = 1 - 2e^{-2t} + e^{-4t}$$

- (1) 試求該系統開迴路轉移函數。(8%)
- (2) 試求該系統的自然無阻尼頻率 ω_n 與阻尼比 ζ 。(8%)

試題四：〈 16 分〉

已知線性非時變系統的狀態方程式為：

$$\dot{X}(t) = AX(t) + Bu(t), \quad \text{且} \quad A = \begin{bmatrix} 0 & 3 \\ -2 & -5 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$$

- (1) 試求特徵方程式與相對應的特徵值？(8%)
- (2) 試求狀態轉移矩陣 $\phi(t) = e^{At}$ ？(8%)

試題五：〈16分〉

一系統的轉移函數為 $\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{2(s+2)}{(s+1)(s+3)}$

(1) 試以直接分解法繪出其狀態的信號流程圖。(8%)

(2) 寫出系統的動態方程式。(8%)

試題六：〈16分〉

單位回授系統的開迴路轉移函數為

$$G(s) = \frac{K}{s(1+0.1s)}$$

試求系統在相位邊限(phase margin)為 45° 的

(1) 增益交越頻率 ω_c 值(8%)，及

(2) K 值(8%)

國立勤益科技大學 101 學年度研究所碩士班招生筆試試題卷
 所別： 電機工程研究所 組別：機電控制
 科目： 自動控制
 准考證號碼：□□□□□□□□ (考生自填)

考生注意事項：
 一、考試時間 100 分鐘。
 二、
 三、

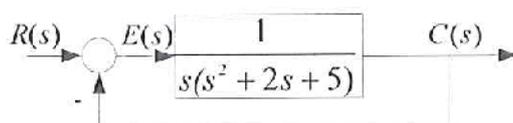
試題一：〈 20 分〉

解答 1. (C) 2. (D) 3. (E) 4. (D)

() 1. 一受控系統輸出入數學模型以拉氏轉換表示為 $\frac{1}{s^2(s^2 + 2s + 5)}$ ，則此系

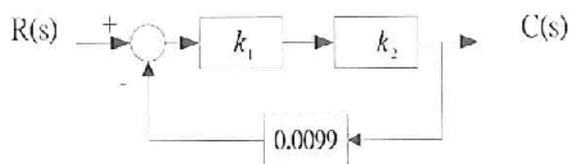
統的型態(type)為 (A)type 0 (B) type 1 (C)type 2(D)type 3(E) type 5。5%

() 2. 一受控系統的閉迴路控制方塊圖如下所示，此系統的速度誤差常數 k_v 為(A)0 (B) $\frac{1}{2}$ (C) $\frac{1}{3}$ (D) $\frac{1}{5}$ (E) ∞ 。5%



() 3. 如下圖所示， $G(s) = \frac{C(s)}{R(s)}$ ，當 $k_1 = k_2 = 100$ 時，靈敏度 $S_{k_1}^G$ 為多少？(A)100

(B)10(C)1(D)0.1(E)0.01。5%

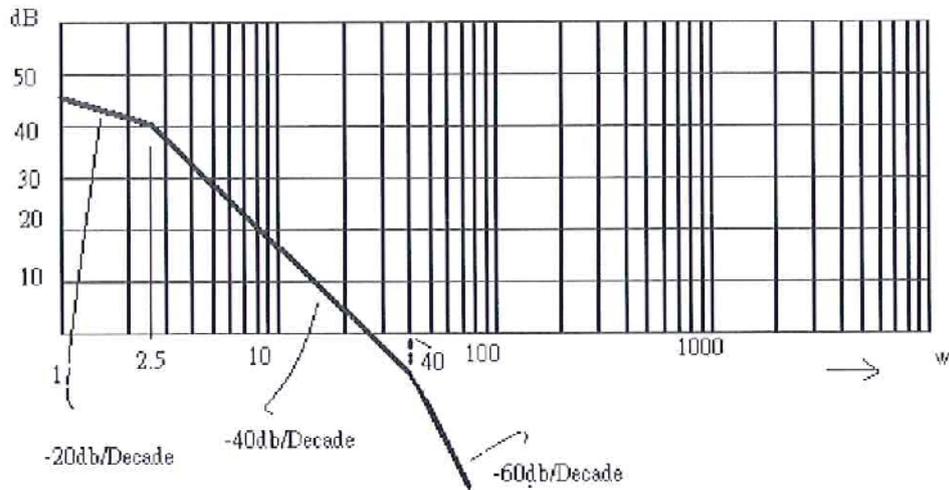


() 4. 以下一階系統中，那一個的安定時間最小(A) $\frac{1}{s+1}$ (B) $\frac{2}{s+2}$ (C)

$\frac{3}{s+3}$ (D) $\frac{4}{s+4}$ (E) 皆相同。5%

試題二：〈 20 分 〉

如圖所示之最小相系統的近似波德圖，試求出對應系統的轉移函數



解答

轉折點 2.5、40，起始斜率為-20dB，所以轉移函數為

$$G(s) = \frac{K}{s\left(\frac{s}{2.5} + 1\right)\left(\frac{s}{40} + 1\right)}, \quad 20 \log \frac{K}{2.5} = 40, \quad K=250$$

$$G(s) = \frac{250}{s\left(\frac{s}{2.5} + 1\right)\left(\frac{s}{40} + 1\right)}$$

試題三：〈 15 分 〉

某單位回授系統的單位步階響應為

$$c(t) = 1 - 2e^{-2t} + e^{-4t}$$

(1) 試求該系統開迴路轉移函數。

(2) 試求該系統的自然無阻尼頻率 ω_n 與阻尼比 ζ 。

解答

(1) $c(t)$ 取拉氏轉換

$$C(s) = \frac{1}{s} - \frac{2}{s+2} + \frac{1}{s+4} = \frac{8}{s(s+2)(s+4)}$$

因 $R(s) = 1/s$, 閉迴路轉移函數為

$$\phi(s) = \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{8}{(s+2)(s+4)} = \frac{8}{s^2 + 6s + 8}$$

$$G(s) = \frac{\phi(s)}{1 - \phi(s)} = \frac{8}{s^2 + 6s} = \frac{8}{s(s+6)} \#$$

(2) 特徵方程式為

$$s^2 + 6s + 8 = s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2$$

$$\omega_n = \sqrt{8} = 2.83 \text{ rad/sec} \#$$

$$\zeta = \frac{6}{2\omega_n} = 1.06 \#$$

試題四：〈 15 分 〉

已知線性非時變系統的狀態方程式為：

$$\dot{X}(t) = AX(t) + Bu(t), \text{ 且 } A = \begin{bmatrix} 0 & 3 \\ -2 & -5 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$$

(1) 試求特徵方程式與相對應的特徵值？

(2) 試求狀態轉移矩陣 $\phi(t) = e^{At}$ ？

解答

(1) 特徵方程式

$$\det(\lambda I - A) = \begin{vmatrix} \lambda & -3 \\ 2 & \lambda + 5 \end{vmatrix} = \lambda^2 + 5\lambda + 6 = (\lambda + 2)(\lambda + 3) = 0 \#$$

對應特徵值 $\lambda = -2 \#$, $\lambda = -3 \#$

(2) 狀態轉移矩陣

$$\begin{aligned} \phi(t) = e^{At} &= L^{-1} \left\{ (sI - A)^{-1} \right\} = L^{-1} \begin{bmatrix} \frac{s+5}{(s+2)(s+3)} & \frac{3}{(s+2)(s+3)} \\ \frac{-2}{(s+2)(s+3)} & \frac{s}{(s+2)(s+3)} \end{bmatrix} \\ &= L^{-1} \begin{bmatrix} \frac{3}{s+2} + \frac{-2}{s+3} & \frac{3}{s+2} + \frac{-3}{s+3} \\ \frac{-2}{s+2} + \frac{2}{s+3} & \frac{-2}{s+2} + \frac{3}{s+3} \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 3e^{-2t} - 2e^{-3t} & 3e^{-2t} - 3e^{-3t} \\ -2e^{-2t} + 2e^{-3t} & -2e^{-2t} + 3e^{-3t} \end{bmatrix} \end{aligned}$$

試題五：〈 20 分〉

一系統的轉移函數為 $\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{2(s+2)}{(s+1)(s+3)}$ ，試以直接分解法繪出其狀態

的信號流程圖，並寫出系統的動態方程式。

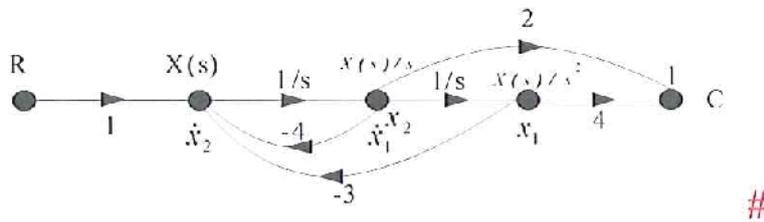
解答

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{2(s+2)}{(s+1)(s+3)} = \frac{2s+4}{s^2+4s+3} = \frac{2s^{-1}+4s^{-2}}{1+4s^{-1}+3s^{-2}}$$

$$C(s) = (2s^{-1} + 4s^{-2})X(s)$$

$$R(s) = (1 + 4s^{-1} + 3s^{-2})X(s)$$

$$X(s) = R(s) - 4s^{-1}X(s) - 3s^{-2}X(s)$$



$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -3 & -4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} r(t)$$

$$c = [4 \quad 2] \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$$

試題六：〈 10 分 〉

三、單位回授系統的開迴路轉移函數為

$$G(s) = \frac{K}{s(1+0.1s)}$$

試求系統在相位邊限(phase margin)為 45° 的增益交越頻率 ω_c 以及 K 值？

解答

$$G(j\omega) = \frac{K}{j\omega(1+j0.1\omega)} = \frac{K}{\omega\sqrt{1+0.01\omega^2}} \angle(-90^\circ - \tan^{-1}0.1\omega)$$

依據相位邊限定義

$$180^\circ + \angle G(j\omega_c) = \gamma \Rightarrow 180^\circ - 90^\circ - \tan^{-1}(0.1\omega_c) = 45^\circ$$

$$\Rightarrow \tan^{-1}(0.1\omega_c) = 45^\circ \Rightarrow \omega_c = 10 \text{ rad/sec} \#$$

由 $|G(j\omega_c)| = 1$ 得

$$\Rightarrow \frac{K}{\omega_c \sqrt{0.01\omega_c^2 + 1}} \Big|_{\omega_c=10} = 1 \Rightarrow K^2 = 200 \Rightarrow K = 10\sqrt{2} = 14.14 \#$$

第 頁 〈 共 頁 〉