

DT  
496.8  
4414.1  
100  
225214

國立勤益科技大學  
流通管理系碩士在職專班

碩士論文

應用資料包絡分析判別分析法  
進行投資報酬率之判別與預測



研究 生：黃尹奇  
指導教授：林宏澤教授

中華民國 100 年 7 月 1 日

國立勤益科技大学圖書館



225214

應用資料包絡分析－判別分析法  
進行投資報酬率之判別與預測

Applying data envelopment analysis - discriminant analysis  
to discriminate and forecast return on investment

研究生：黃尹奇

指導教授：林宏澤 教授

國立勤益科技大學  
流通管理系碩士在職專班  
碩士論文

A Thesis  
Submitted to  
Department of Distribution Management  
National Chin-Yi University of Technology  
in Partial Fulfillment of the Requirements  
for the Degree of  
Executive Master of Business Administration

June 2011  
Taiping, Taichung, Taiwan, Republic of China  
中華民國 100 年 7 月

# 國立勤益科技大學

## 博碩士論文全文上網授權書

(提供授權人裝訂於紙本論文書名頁之次頁用)

本授權書所授權之論文為授權人在國立勤益科技大學

流通管理 系碩士在職專班 組 99 學年度第 2 學期取得碩士  
學位之論文。

論文題目：應用資料包絡分析-判別分析法進行投資報酬率之判別與預測

指導教授：林宏澤教授

■ 同意

本人具有著作權之論文全文資料，非專屬、無償授予本人畢業學校圖書館，  
不限地域、時間與次數，以微縮、光碟或數位化等各種方式重製與利用，  
提供讀者基於著作權法合理使用範圍內之線上檢索、閱覽、下載及列印。

論文全文上載網路公開之範圍及時間：

校內區域網路	<input checked="" type="checkbox"/> 中華民國 100 年 8 月 1 日公開
校外網際網路	<input checked="" type="checkbox"/> 中華民國 100 年 8 月 1 日公開

授權人：黃尹奇

簽名：黃尹奇

中華民國 100 年 6 月 30 日

國立勤益科技大學  
博碩士論文全文電子檔著作權授權書

本授權書所授權之論文為授權人在國立勤益科技大學 流通管理 系  
碩士在職專班 組 99 學年度第 2 學期取得碩士學位之論文。  
論文題目：應用資料包絡分析-判別分析法  
進行投資報酬率之判別與預測

指導教授：林宏澤教授

■ 同意

本人茲將本著作，以非專屬、無償授權國立勤益科技大學圖書館；基於推動讀者間「資源共享、互惠合作」之理念，與回饋社會與學術研究之目的，國立勤益科技大學圖書館得不限地域、時間與次數，以紙本、光碟或數位化等各種方法收錄、重製與利用；於著作權法合理使用範圍內，讀者得進行線上檢索、閱覽、下載或列印。

論文全文上載網路公開之範圍及時間：

本校區域網路  中華民國 100 年 8 月 / 日公開  
校外網際網路  中華民國 100 年 8 月 / 日公開

黃尹奇

授 權 人：黃尹奇

中華民國 100 年 6 月 30 日

國家圖書館  
博碩士論文電子檔案上網授權書

本授權書所授權之論文為授權人在國立勤益科技大學流通管理系  
99 學年度第 2 學期取得碩士學位之論文。

論文題目：應用資料包絡分析—判別分析法進行投資報酬率之判別與預測

指導教授：林宏澤 教授

茲同意將授權人擁有著作權之上列論文全文（含摘要），非專屬、無償授權國家圖書館，不限地域、時間與次數，以微縮、光碟或其他各種數位化方式將上列論文重製，並得將數位化之上列論文及論文電子檔以上載網路方式，提供讀者基於個人非營利性質之線上檢索、閱覽、下載或列印。

- 上列論文為授權人向經濟部智慧財產局申請專利之附件或相關文件之一(專利申請案號: ),請於 年 月 日後再將上列論文公開或上載網路。

因上列論文尚未正式對外發表,請於 年 月 日後再將上列論文公開或上載網路。

授權人：黃尹奇

親筆簽名及蓋章：黃平奇 民國100年6月30日

電話：047-980336 傳真：047-980092

聯絡地址：509 彰化縣伸港鄉興工路 63 號

E-Mail : roger-huang@yahoo.com.tw

國立勤益科技大學  
研究所碩士在職專班  
論文口試委員會審定書

本校 流通管理系 碩士在職專班 黃尹奇 君

所提論文 應用資料包絡分析-判別分析法

進行投資報酬率之判別與預測

合於碩士資格水準，業經本委員會評審認可。

口試委員：何志成  
周世波  
陳俊雄

指導教授：王慶慶  
系(所)主任：陳秀華

# 應用資料包絡分析-判別分析法進行投資報酬率之判別與預測

學生:黃尹奇

指導教授:林宏澤 教授

國立勤益科技大學流通管理系碩士在職專班

## 摘要

隨著經濟發展快速，國民所得提高，消費型態趨向多樣化，連鎖經營型態漸漸成為市場主流。在同業競逐及價格競爭雙重影響下，如何洞悉各分店的經營效率，評估是否有競爭優勢或需加強輔導是重要課題，其中經營績效評估歷來受到高度重視。然而事後績效評估仍具力有未逮之憾，因為無法及時反應或事前調整與預防。因此，如何隨時掌握營運狀況及運用有限的資源以提高經營效率，對高階主管而言是重要挑戰。本文以某美髮公司 31 家連鎖門市為對象，應用資料包絡分析-判別分析(data envelopment analysis-discriminant analysis; DEA-DA)模式，進行投資報酬率(return on investment; ROI)之判別與預測。分析模式中以員工約當人數、服務座椅、教育訓練及管銷費用等 3 項做為投入因素，以營業收入做為產出因素，使用 DEA-DA 進行 ROI 之判別，由二群單階法所得之判別方程式得知，有二項因素（員工約當人數與教育訓練及管銷費用）之權重為負值，顯示這二項因素對於 ROI 高低具有負向作用，另二項因素（服務座椅與營業收入）之權重為正值，顯示這二項因素對於 ROI 高低具有正向作用。此外，判別方程式可用以預測各門市 ROI 表現之工具。為了驗證 DEA-DA 之應用效益，同時使用二群二階及四群單階法進行測試，以 apparent rate 所衡量之判別正確率(hit rate)均達滿意程度。

關鍵字：資料包絡分析-判別分析、績效、投資報酬率

# Applying data envelopment analysis-discriminant analysis to discriminate and forecast return on investment

Student: Yin-Chi Huang

Advisor: Hung-Tso Lin

Department of Distribution Management

National Chin-Yi University of Technology

## Abstract

Under the economic development, the growth of GDP and diversification of consumption patterns, the traditional retail stores are replaced by chain stores. The chain-store operation type gradually becomes the mainstream industry. Under the competitive pressures, how to discern the management performance of each branch to assess whether there is need to strengthen the competitive advantage becomes the major concern. In the literature, most researchers studied corporate performance assessment. How to keep abreast of operating conditions and the use of limited resources to improve operational efficiency is an important issue for contemporary managers. This paper addresses an empirical study for applying data envelopment analysis-discriminant analysis (DEA-DA) to discriminate and forecast return on investment (ROI) levels of 31 chain stores belonging to a hairdressing company in central Taiwan. According to the managerial judgments, four factors, including three inputs and one output, are adopted in the analysis. The two-group one-stage discriminant results reveal that two factors (i.e., number of hairdressing facility and monetary amount of revenue) have positive effects for classifying a store to the group of high ROI level, while two factors (i.e., manpower and operating expense) have negative effect. Thereby, increasing the amounts of factors with positive effects and/or decreasing the amounts of factors with negative effects can improve the ROI level.

The apparent rates obtained by two-group one-stage, two-group two-stage and four-group one-stage models show that DEA-DA is a suitable tool for the study company to discriminate the ROI attained in last year, and thus it can be used to predict the ROI level of the oncoming year.

Keywords: Data envelopment analysis-discriminant analysis; Performance; Return on investment

## 誌 謝

離開學校近十多年的職場人，能有機會重回校園，完成年少時未完成的夢，這一切都是要感謝勤益科大流管系所提供的完善的學習環境。

在論文寫作期間，由衷感謝指導教授林宏澤老師不厭其煩地教導指正，適時的解答困惑和修正研究方向，嚴謹的教學態度為日後學習最佳典範。此外，感謝口試期間及在學期間諸多教授的教導；秀蘭的資料蒐集及所有同學們相互扶持、加油打氣，使得我能夠完成學業。

求學這二年，特別感謝我摯愛的父母、親愛的妻子及公司的長官和同仁，在這期間對我的包容與支持。相信這一切將會成為我二位女兒及同仁們的好榜樣。

黃尹奇

2011 年 夏天

## 目 錄

摘要 .....	i
英文摘要 .....	ii
誌謝 .....	iii
目錄 .....	iv
表目錄 .....	v
圖目錄 .....	vi
第一章 緒論 .....	1
第二章 文獻探討 .....	4
2-1 資料包絡分析 .....	4
2-2 資料包絡分析-判別分析 .....	5
2-3 判別分析之相關方法 .....	8
第三章 資料包絡分析-判別分析模式 .....	10
3-1 二群單階判別模式 .....	10
3-2 二群二階判別模式 .....	12
3-3 四群單階判別模式 .....	14
3-4 判別正確率評估 .....	15
第四章 實證判別分析結果 .....	16
4-1 投入與產出的選擇 .....	16
4-2 二群單階判別模式分析結果 .....	17
4-3 二群二階判別模式分析結果 .....	20
4-4 四群單階判別模式分析結果 .....	25
4-5 ROI 的預測 .....	30
第五章 結論與建議 .....	31
5-1 結論 .....	31
5-2 建議 .....	31
參考文獻 .....	33
附錄 1 混整數規劃模式（提供 apparent hit rate 評估之群單階判別模式）	35
附錄 2 混整數規劃模式（提供 apparent hit rate 評估之四群單階判別模式）	41

## 表目錄

表 2-1	DEA 之 CCR 及 BCC 之投入導向模式.....	6
表 2-2	DEA 之 CCR 及 BCC 之產出導向模式.....	7
表 4-1	31 家門市 2009 年投入產出資料 .....	18
表 4-2	31 家門市之約當人數 .....	19
表 4-3	二群單階判別模式各門市之判別結果.....	21
表 4-4	二群單階 LOO 判別方法各門市之判別結果.....	22
表 4-5	二群二階第一階段各門市之判別結果.....	26
表 4-6	二群二階 LOO 判別方法各門市之判別結果.....	27
表 4-7	四群單階判別模式各門市之判別結果.....	29
表 4-8	第 $j$ 家門市預估之投入產出.....	30

## 圖目錄

圖 1-1 研究架構.....	3
圖 3-1 單階法判別概念.....	10
圖 3-2 二群二階法之重疊區域及判別概念.....	12
圖 3-3 多群組分類.....	14

# 第一章 緒論

本章共分為 3 節，首先闡明本研究之研究背景，其次為說明本研究動機與目的，最後以圖示來顯示本研究整體架構流程。

## 1-1 研究背景

台灣產業隨著時代的變遷，也從農業時代、工業時代進而現今的服務產業時代，而連鎖產業可以說是 21 世紀台灣服務業的主流，在 2004 年約占 GDP 總值一半以上。目前的商業活動中連鎖體系蓬勃發展，透過多據點行銷、統一行銷，集體宣傳及促銷，降低營運成本及經營風險，更可提高其競爭力。

在前陣子經濟衰退的環境中，連鎖品牌爭奪市場的實力也非常旺盛，幾乎都呈現成長狀態。在競爭市場裡面，敵消我漲或敵漲我消的狀況日日可見，一味的追求開拓市場版圖去達到經濟規模的同時，因無法對每家門市身處環境的狀況深入了解，最後可能導致如元朝一般，因版圖大太無法全面固守，造成進退兩難，終究面臨重整或歇業。

每當門市財務結算後，發現績效不彰時，大多數都以促銷方式、檢討服務流程或態度及減少工作人員來增加利潤或降低成本。表面上很像績效有所提升，但實際上可能是另一危機的開始。門市主管難道只能苦等財務報表在做改善方案嗎？如何運用現有資源來評估或預測是經營管理重要的課題。

## 1-2 研究動機與目的

獲利能力是永續經營之基石，管理者必須隨時掌握獲利狀況，如果坐等財務部門結算提供財務資料時，我們只能接受結果而已。對獲利不佳狀況的門市無法立即做任何改變了。為了避免這種現象的產生，應該採取更積極有效管理的做法，在適當的檢核點檢核當時的獲利結果並預測未來的獲利狀況。對結果顯示獲利欠佳的門市，可適時採取改善措施，避免錯失良機。

過去的文獻中有許多相關判別工具的發展，且各有其優缺點及限制。普遍多以統計方法為基礎的判別分析、迴歸分析與決策數分析為主，或另外以人工智慧技術的類神經網路和基因演算法為多。卻少有以數學為目標規劃觀點來做預測方

面的研究。

資料包絡分析－判別分析法(data envelopment analysis-discriminant analysis；DEA-DA)就是一種在目標規劃和 DEA 的領域下所發展出來的，多年以來有許多學者相繼提出修改過的 DEA-DA 模式，Sueyoshi(1999, 2001, 2004, 2005, 2006)、Sueyoshi 及 Goto(2009a, 2009b)以數學觀點使用 DEA 架構概念下發展出一系列混整數規劃(MILP)之 DEA-DA 模式，並應用於破產分析等類問題，其研究模式被許多學者使用來探討企業破產方面的研究，都有良好的預測能力(林淑萍等,2007)。

另外二群體的判別分析在商管領域的應用也相當廣泛，例如破產預測、信用風險評估、顧客分析與分類、生產品質管控...等。但鮮有人應用在企業投資報酬率判別與預測方面的研究。基於研究動機，本論文將應用 DEA-DA 技術，建構經營績效之判別及預測模式，針對個案公司之 31 家連鎖門市，以員工約當人數、服務座椅、教育訓練及管銷費用 3 項投入項目，以營業收入為產出項目，來進行經營績效之判別與預測。經營績效則以投資報酬率(return on investment；ROI)為指標。使用模式包括 二群單階 DEA-DA 模式、二群二階 DEA-DA 模式及四群單階 DEA-DA 模式。

### 1-3 研究方法與架構

本文研究架構如圖 1，採用 DEA-DA 模式以供推測各門市未來 ROI 的表現，首先蒐集 31 家門市某年度之 3 項投入因子之投入資料及 1 項產出因子之產出資料。同時由財務部門提供同年度的 ROI 資料，在依 ROI 資料表現以第 1 四分位數(Q1)值分為二個不同的群體。G1 代表獲利佳門市，G2 代表獲利欠佳門市。其次，在採用某年度的 4 項因子數量建構 DEA-DA 模式。最後，可在次年度應用該判別模式預測該年度結束之 ROI 狀況，對於獲利欠佳或獲利極差之門市及時採取改進或調整措施。

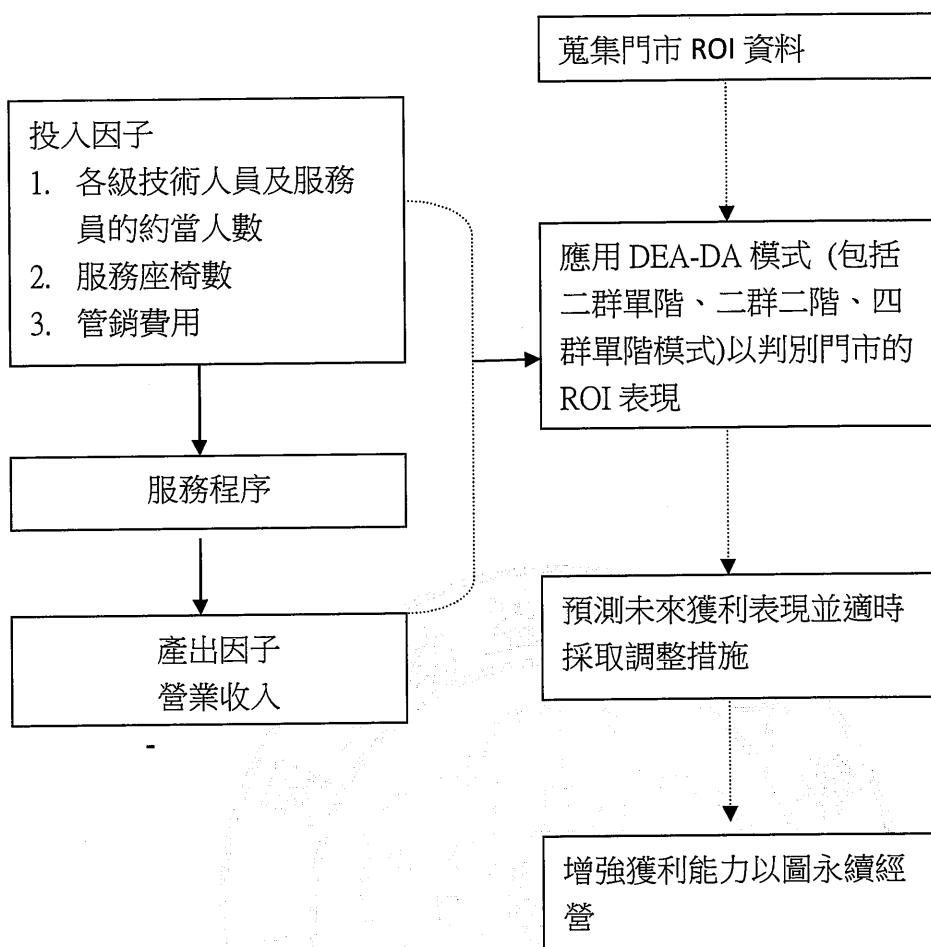


圖 1-1 研究架構

## 第二章 文獻探討

### 2-1 資料包絡分析

不論組織是否存在競爭市場中，也不限定是否為營利事業單位，都有共同的目標，以最少的投入得到最大的產出。進而將投入與產出做相對性的比較，比較的結果也將成為組織評估營運好壞的指標。但在管理評估上，有些必要的投入非同屬性的單位，如何發展有效的模式整合並能產出客觀的結果。

在經濟學中將「不同投入組合下所能獲得之最大產出」稱為生產函數。從文獻中我們得知 Farrell 於 1975 年提出不需預設生產函數型式的概念，而 DEA 的理論基是源自此概念(Farrell,1975)。此概念取代了傳統的生產函數型式，但 Farrell 的概念只能針對單一產出的問題(林淑華,1986)。

DEA 是一種投入與產出的比例方式的效率評估模式(Cooper 等，2000)，當初被發展時的概念是不同於一般計量經濟模式，是根據巴累圖最適法則(Pareto optimality)，依據資料來進行線性規劃的方式，產生最適合的權數，同時能客觀地結合多項投入資料來衡量資源的效率。

DEA 所使用的分析法是一種分段式線性規劃方法，透過分屬的規劃，再經由轉換過程以求出決策單位(decision making unit；DMU)的相對效率值，以找出非效率的 DMU(林崇雄, 2006)。DEA 是一種方法用於比較的相對效率的決策單位(DMU)，如學校、醫院、圖書館、銀行等機構。在一般的情況下，調查決策單位的特點是借多個投入和多個產出作為媒介，因此，很難直接去比較決策單位(DMU)。為了聚集投入和產出訊息的量，利用包絡分析方法和相應的線性規劃來衡量 DMU 的相對效率(Charne 等, 1994)。

CCR 模式開創應用是由 Charnes、Cooper 與 Rhodes 在 1978 年發展提出的，是指在構建生產函數之過程中，將所有的投入資料(data)

被包絡(envelope)，於生產函數之下而得名。以數學規劃技術來評估非營利組織的相對效率(蘇錦暉,2009)。三位學者將 Farrell 的單一產出的問題擴充到規模報酬固定下的多項投入與多項產出。

自 CCR 模式提出後，許多學者也相繼的投入對 DEA 研究，各自也提出所發展不同的模式。Banker, Charnes 及 Copper 在 1984 年所發展的 BCC 模式將 CCR 模式要求的固定報酬限制取消。此二種模式被公認為是資料包絡分析法(DEA)領域最具影響的(Seiford,1996)。

就 CCR 與 BCC 二種模式而言，不論是從投入面或產出面來評估效率，其模式都可以比率式、原問題和對偶問題三種方式加以描述。由表 2-1 及表 2-2 DEA 之 CCR 和 BCC 模式整理，三者之間的差別如下(蘇錦暉,2009):

1. 比率式：無論是 CCR 或 BCC 模式都以分數型態表列，同為分數線性規劃，其運算不易之外，可能還有無窮解的困擾。
2. 原問題：將由比率是模式的固定分母轉換成線性規劃模式，而分母值將設為 1，這就形成原問題模式，兩模式的最佳目標函數值相同，但所求的變數  $u_r^*, v_i^*$  不盡相同，主要是多解的關係。
3. 對偶問題：任何線性規劃問題均存在有一對偶問題，兩者除了最佳目標函數值相同外，有許多性質可做後續改善分析。相當多的學者運用 DEA 的方法來衡量不同產業的營運績效及生產效率，

本研究將使用 DEA 理論所發展的 DEA-DA 模式探討。

## 2-2 資料包絡分析-判別分析

何謂“判別分析？”判別分析 (discriminant analysis) 是根據已掌握的 1 批分類明確的樣品，建立較好的判別函數，使產生錯判的事例最少，進而對給定的 1 個新樣品，判斷它來自哪個總體。判別分析主要目的是了解群體之間的差異後，利用具有判別能力的變數，建立一套判別函數，並利用判別函數來鑑定個體的分類(王嘉偉,2007)。

表2-1：DEA之CCR及BCC之投入導向模式

模式	CCR 投入導向模式	BCC 投入導向模式
比率型	$Max \ h_k = \frac{\sum_{r=1}^s u_r Y_{rk}}{\sum_{i=1}^m v_i X_{ik}}$ $s.t. \quad \frac{\sum_{r=1}^s u_r Y_{rj}}{\sum_{i=1}^m v_i X_{ij}} \leq 1$	$Max \ h_k = \frac{\sum_{r=1}^s u_r Y_{rk} - u_0}{\sum_{i=1}^m v_i X_{ik}}$ $s.t. \quad \frac{\sum_{r=1}^s u_r Y_{rj} - u_0}{\sum_{i=1}^m v_i X_{ij}} \leq 1$
原問題	$Max \ h_k = \sum_{r=1}^s u_r Y_{rk}$ $s.t. \quad \sum_{i=1}^m v_i X_{ik} = 1$ $\sum_{r=1}^s u_r Y_{rj} - \sum_{i=1}^m v_i X_{ij} \leq 0$	$Max \ h_k = \sum_{r=1}^s u_r Y_{rk} - u_0$ $s.t. \quad \sum_{i=1}^m v_i X_{ik} = 1$ $\sum_{r=1}^s u_r Y_{rj} - \sum_{i=1}^m v_i X_{ij} - u_0 \leq 0$
對偶問題	$Min \ h_k = \theta - \varepsilon (\sum_{i=1}^m s_i^- + \sum_{r=1}^s s_r^+)$ $s.t. \quad \sum_{j=1}^n \lambda_j X_{ij} - \theta X_{ik} + s_i^- = 0$ $\sum_{j=1}^n \lambda_j Y_{rj} - s_r^+ = Y_{rk}$	$Min \ h_k = \theta - \varepsilon (\sum_{i=1}^m s_i^- + \sum_{r=1}^s s_r^+)$ $s.t. \quad \sum_{j=1}^n \lambda_j X_{ij} - \theta X_{ik} + s_i^- = 0$ $\sum_{j=1}^n \lambda_j Y_{rj} - s_r^+ = Y_{rk}$ $\sum_{j=1}^n \lambda_j = 1$
評比對象	$X'_{ik} = \theta X_{ik} - s_i^-$ $Y'_{rk} = Y_{rk} + s_r^+$	$X'_{ik} = \theta X_{ik} - s_i^-$ $Y'_{rk} = Y_{rk} + s_r^+$

資料來源，(高強等，2003)。

表2-2：DEA 之 CCR 及 BCC 之產出導向模式

模式	CCR 產出導向模式	BCC 產出導向模式
比率型	$Min \frac{1}{g_k} = \frac{\sum_{i=1}^m v_i X_{ik}}{\sum_{r=1}^s u_r Y_{rk}}$ $st. \quad \frac{\sum_{i=1}^m v_i X_{ij}}{\sum_{r=1}^s u_r Y_{rj}} \geq 1$	$Min \frac{1}{g_k} = \frac{\sum_{i=1}^m v_i X_{ik} + v_0}{\sum_{r=1}^s u_r Y_{rk}}$ $st. \quad \frac{\sum_{i=1}^m v_i X_{ij} + v_0}{\sum_{r=1}^s u_r Y_{rj}} \geq 1$
原問題	$Min \frac{1}{g_k} = \sum_{i=1}^m v_i X_{ik}$ $st. \quad \sum_{r=1}^s u_r Y_{rk} = 1$ $\sum_{i=1}^m v_i X_{ij} - \sum_{r=1}^s u_r Y_{rj} \geq 0$	$Min \frac{1}{g_k} = \sum_{i=1}^m v_i X_{ik} + v_0$ $st. \quad \sum_{r=1}^s u_r Y_{rk} = 1$ $\sum_{i=1}^m v_i X_{ij} - \sum_{r=1}^s u_r Y_{rj} + v_0 \geq 0$
對偶問題	$Max \frac{1}{g_k} = \theta + \epsilon (\sum_{i=1}^m s_i^+ + \sum_{r=1}^s s_r^-)$ $st. \quad \sum_{j=1}^n \lambda_j Y_{rj} - \theta Y_{rk} - s_r^- = 0$ $\sum_{j=1}^n \lambda_j X_{ij} + s_i^+ = X_{ik}$	$Max \frac{1}{g_k} = \theta + \epsilon (\sum_{i=1}^m s_i^+ + \sum_{r=1}^s s_r^-)$ $st. \quad \sum_{j=1}^n \lambda_j Y_{rj} - \theta Y_{rk} - s_r^- = 0$ $\sum_{j=1}^n \lambda_j X_{ij} + s_i^+ = X_{ik}$ $\sum_{j=1}^n \lambda_j = 1$
評比對象	$X_{ik}^* = X_{ik} - s_i^+$ $Y_{rk}^* = \theta Y_{rk} + s_r^-$	$X_{ik}^* = X_{ik} - s_i^+$ $Y_{rk}^* = \theta Y_{rk} + s_r^-$

資料來源，(高強等，2003)。

傳統的線性判別法，所需要的資料必須要有相同互變異矩陣且要求變數之間是不相關的。在多數的個案研究中，很難找到完全吻合判別分析所要求的使用條件，因此我們必須將蒐集的資料轉換成函數型態，並使用符合的判別模式得到誤差最小及我們期待的結果。

Retzlaff-Roberts (1996)年提出新的非參數判別法被稱為資料包絡分析-判別分析法 (DEA-DA)。因為它保持了判別能力，納入了非參數 DEA 的功能。將一些數據在包絡分析內獨特的特徵納入判別分析，這兩種方法的結合使用被稱為“DEA-DA”(Sueyoshi, 2004)。資料包絡分析-判別分析法(DEA-DA)是一種分類方法，可以預測一個新採樣的觀測群組成員。它是將 DEA 的無母數特性融入判別分析中，因此具有應用方便性。

DEA-DA的概念為：建構一個判別函數，同時設定一個判別分數，在應用此判別函數計算出某個對象的判別函數職後，與判別分數比較，以判別該對象的歸屬群別。在模式的應用上可分為單階(single-stage)、二階(two-stage) 及多階(multiple-stage)。在使用上各有其優缺點，單階法計算過程較少，但歸屬群別的正確度可能較低。二階法計算過程較繁複，但歸屬群別的正確度可能較高。多階法的計算過程繁複程度就可想而知了，其正確度更高了。本研究將以Sueyoshi (2006)所提觀點作為基礎，並使用單階法、二階法模式來進行判別與預測。

### 2-3 判別分析之相關方法

從文獻回顧得知，判別分析主要目的在於瞭解群體的差異，先利用區別變數建立區別規則(區別函數) ，再由區別規則對個體進行分類，以預測每個體屬於不同群體的可能機率。依據所蒐集資料的性質，可分為定性判別分析和定量判別分析，如判別準則不同，又有不同的判別方法。從過去文獻整理和回顧，判別分析被廣泛用於各種領域，如商業：判斷各家公司績效的好壞，大自然：對樹木和花朵屬性做分類等。王嘉偉(2007)曾整理4種常用的線性判別分析類型有4種方法如下：

- 1.判別分析：又稱典型判別，它是以尋找判別變數( $x_1, x_2, \dots, x_p$ ) $1 \times p$ 的線

性組合  $y = w_1x_1 + w_2x_2 + \dots + w_p x_p$  的最佳權重  $W_i$ ，Fisher 所提出的概念是將組間變異對組內變異的比值(即F值)最大化，將判別變數( $x_1, x_2, \dots, x_p$ ) $1 \times p$  經線性組合變成典型變量，Fisher 線性判別分析也有降低維度的功能，若以  $p$  個變數來判別  $g$  個群體時，則只會產生  $\min(p, g-1)$  個典型變量，但仍有些變量會不具判別能力，可以卡方檢定來決定。

2. 線性判別分析：依據各群體會發生此資料的機率，然後將此個體判別在發生機率最大的群體，此法稱為最概法，如在常態分配、相同的共變異矩陣下，可導出線性判別函數，當有  $g$  群時，每群各有一個對應的判別函數，本論文將以線性判別分析為主。

3. 邏輯斯迴歸分析(logistic regression)：在判別當群體只有二群時、且判別變數可以是各種型態的資料時、不要求多變量常態分配，可以有較好的效果，但當群體個數不止二群時及變數資料皆為連續型態，使用判別分析是較好的選擇。

4. 逐步判別分析(stepwise discriminant analysis)：可能考慮的判別變數眾多，變數中可能有高度的相關或重疊，所以以逐步判別分析，篩選出有判別能力的變數後，再以這些變數做線性判別分析或典型判別分析。

### 第三章 資料包絡分析-判別分析模式

#### 3-1 二群單階判別模式

在 DEA-DA 模式中，將所計算出判別函數值與判別分數( $c^*$ )做比較。單階法中只有一個判別分數，如圖 3-1 所示，將群體劃分為二。

當在考慮一個分類問題，其中有兩個群體 ( $G_1$  和  $G_2$ ) 和兩個的總和包含  $n$  個觀測值 ( $j=1 \dots k$ ) 的。依據受評單位  $j$  的第  $i$  項觀測資料 ( $i=1,2,\dots,k$ )  $Z_{ij}$  進行判別，單階法模式最初制定如下(Sueyoshi, 2004)：

$$\text{Minimize} \quad \sum_{j \in G_1} y_j + \sum_{j \in G_2} y_j \quad (1.0)$$

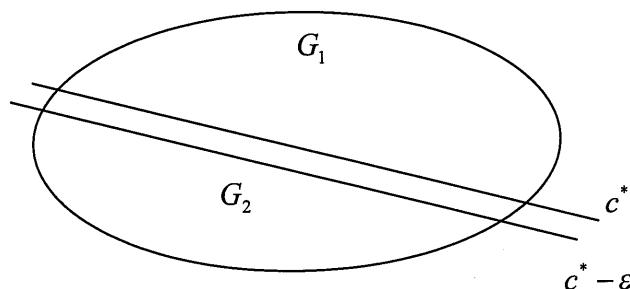
$$\text{subject to} \quad \sum_{i=1}^k \lambda_i z_{ij} - c + M y_j \geq 0, \quad j \in G_1, \quad (1.1)$$

$$\sum_{i=1}^k \lambda_i z_{ij} - c - M y_j \leq -\varepsilon, \quad j \in G_2, \quad (1.2)$$

$$\sum_{i=1}^k |\lambda_i| = 1, \quad (1.3)$$

$$\lambda_i, c: \text{不受限制}, \quad y_j = (0, 1)$$

在模式(1)中， $Z_{ij}$  為門市  $j$  第  $i$  項因數之數量， $\lambda_i$  為第  $i$  項因素之權重， $M$  為極大正數， $\varepsilon$  為極小正數， $c$  為判別門檻值， $y_j$  為二元變數，用以表示門市  $j$  是否被誤判。 $G_1$  表優秀門市的集合， $G_2$  表應加強門市的集合。在限制式(1.1)中，當  $y_j = 1$



$$G = G_1 \cup G_2$$

圖 3-1 單階法判別概念

時，表第  $j$  家門為優秀門市卻誤判為應加強門市，在限制式(1.2)中，當  $y_j = 1$  時，表第  $j$  家門為應加強門市誤判為優秀門市，當  $y_j = 0$  時，表第  $j$  家門市無誤判情況。因此在 DEA-DA 中  $y_j$  乘上一個 M 值來修正判別式所造成的誤差，目標式(1.0)為尋求誤判的門市家數最少。限制式(1.3)係令權重絕對值之和等於 1，因為權重可能為正或負，因此可以令  $\lambda_i = \lambda_i^+ - \lambda_i^-$ ， $\lambda_i^+ \geq 0$ ， $\lambda_i^- \geq 0$ ，則(1.3)式可改寫為

$\sum_{i=1}^k (\lambda_i^+ + \lambda_i^-) = 1$ 。同時為了讓所有權重( $\lambda_i$ )不為零，必須使  $\lambda_i^+$  及  $\lambda_i^-$  二者中一者為正另一者為零，Sueyoshi (2004, 2006)及 Glen (2001)採用下列處理方式：

$$\xi_i^+ \geq \lambda_i^+ \geq \varepsilon \xi_i^+ \text{ 和 } \xi_i^- \geq \lambda_i^- \geq \varepsilon \xi_i^-, i = 1, \dots, k,$$

$$\xi_i^+ + \xi_i^- \leq 1, i = 1, \dots, k,$$

$$\sum_{i=1}^k (\xi_i^+ + \xi_i^-) = k,$$

模式(1)修正後如下：

$$\text{Minimize} \quad \sum_{j \in G_1} y_j + \sum_{j \in G_2} y_j \quad (2.0)$$

$$\text{subject to} \quad \sum_{i=1}^k (\lambda_i^+ - \lambda_i^-) z_{ij} - c + My_j \geq 0, \quad j \in G_1, \quad (2.1)$$

$$\sum_{i=1}^k (\lambda_i^+ - \lambda_i^-) z_{ij} - c - My_j \leq -\varepsilon, \quad j \in G_2, \quad (2.2)$$

$$\sum_{i=1}^k (\lambda_i^+ + \lambda_i^-) = 1, \quad (2.3)$$

$$\xi_i^+ \geq \lambda_i^+ \geq \varepsilon \xi_i^+ \text{ 和 } \xi_i^- \geq \lambda_i^- \geq \varepsilon \xi_i^-, i = 1, \dots, k, \quad (2.4)$$

$$\xi_i^+ + \xi_i^- \leq 1, i = 1, \dots, k \quad (2.5)$$

$$\sum_{i=1}^k (\xi_i^+ + \xi_i^-) = k, \quad (2.6)$$

$$\xi_i^+ = (0, 1), \quad \xi_i^- = (0, 1), \quad y_j = (0, 1), \quad \text{其他變數} \geq 0.$$

由模式(2)求得最佳解  $\lambda_i^*$  及  $c^*$  後，在分類本研究門市  $j$  時， $Z_{ij} = (z_{1j}, \dots z_{kj})^T$  由以下規則做區分：

- (1) 當  $\sum_{i=1}^k \lambda_i^* z_{ij} \geq c^*$ ，門市  $j$  歸屬於  $G_1$
- (2) 當  $\sum_{i=1}^k \lambda_i^* z_{ij} \leq c^* - \varepsilon$ ，門市  $j$  歸屬於  $G_2$

單階法計算過程較少，但歸屬群別的正確度可能較低，為了能夠更確定判別結果的正確性，本研究再以二階法來計算，是否所得結果與單階法能夠允和或相似。

### 3-2 二群二階判別模式

利用資料去定義二群體的邊界及重疊區，由於重疊區是誤判的主要來源，若能找出最小的重疊區域及其邊界，有利於決策風險的最小化。二群二階判別法是依據單階法模式再加以修正計算，是否原有單階判別中  $G_1$  和  $G_2$  有重疊的部分，再將重疊部分重新計算判別，如圖 3-2 所示。

在單階法判別中發生分類錯誤的主要原因是存在一個重疊區域。如果我們要增加觀察正確分類，我們必須處理之間的重疊。我們需要一個額外的模式來處理這樣的重疊。Sueyoshi (2006) 提出兩個階段的方法，處理這種重疊，因此從而提高其分類能力。計算過程包括：（一）分類和重疊鑑定和（二）處理重疊。第一階段的兩階段做法，制定如下：

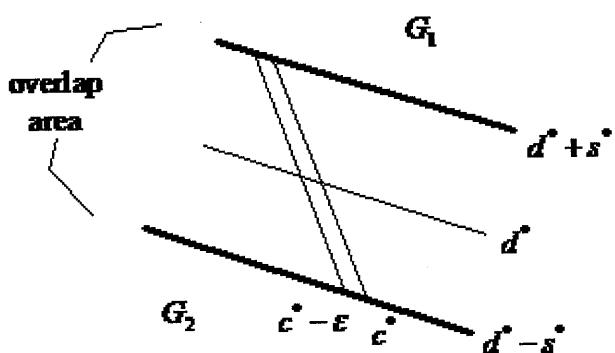


圖 3-2 二群二階法之重疊區域及判別概念

## 1. 分類和重疊鑑定 (classification and overlap identification)

Minimize  $s$

$$\begin{aligned} \text{subject to} \quad & \sum_{i=1}^k (\lambda_i^+ - \lambda_i^-) z_{ij} - d + s \geq 0, \quad j \in G_1, \\ & \sum_{i=1}^k (\lambda_i^+ - \lambda_i^-) z_{ij} - d - s \leq 0 \quad j \in G_2, \\ & \sum_{i=1}^k (\lambda_i^+ + \lambda_i^-) = 1, \end{aligned} \quad (3)$$

$$\xi_i^+ \geq \lambda_i^+ \geq \varepsilon \xi_i^+ \text{ 和 } \xi_i^- \geq \lambda_i^- \geq \varepsilon \xi_i^-, i = 1, \dots, k,$$

$$\xi_i^+ + \xi_i^- \leq 1, i = 1, \dots, k$$

$$\sum_{i=1}^k (\xi_i^+ + \xi_i^-) = k,$$

$$\xi_i^+ = (0, 1), \quad \xi_i^- = (0, 1), \text{ 其他變數 } \geq 0. \quad d \text{ 及 } s \text{ 不限。}$$

模式中  $d^*$  表示判別門檻， $2s^*$  表示重疊區域之範圍。 $d^*$  和  $s^*$  是欲求第一階段

的最佳的變數，其值可為正數或負數。 $G_1$  和  $G_2$  代表優秀門市和應加強門市，

如果  $\sum_{i=1}^k \lambda_i^* z_{ir} > d^* + s^*$ ，就將屬於  $G_1$  群體。反之，如果  $\sum_{i=1}^k \lambda_i^* z_{ir} < d^* - s^*$ ，就屬於

$G_2$  群體。當  $d^* + s^* \geq \sum_{i=1}^k \lambda_i^* z_{ir} \geq d^* - s^*$ ，就代表這些觀測群體有重疊，則進入第 2

階段。若  $s < 0$ ，則表示無重疊區域，所有門市已歸屬至  $G_1$  或  $G_2$  中無須進入第 2 階段。

## 2. 處理重疊 (handling overlap ; HO)

當在分類和重疊鑑定明確後，我們需要重新分類的所有屬於重疊區域上的觀測值 ( $D_1 \cup D_2$ )，因為這些觀察組成員身份仍是未知未定。在模式上，HO 階段修改如下：

$$\text{Minimize} \quad \sum_{j \in G_1} y_j + \sum_{j \in G_2} y_j$$

subject to

$$\begin{aligned} & \sum_{i=1}^k (\lambda_i^+ - \lambda_i^-) z_{ij} - c + My_j \geq 0, \quad j \in D_1, \\ & \sum_{i=1}^k (\lambda_i^+ - \lambda_i^-) z_{ij} - c - My_j \leq -\varepsilon, \quad j \in D_2, \\ & \sum_{i=1}^k (\lambda_i^+ + \lambda_i^-) = 1, \end{aligned} \quad (4)$$

$$\xi_i^+ \geq \lambda_i^+ \geq \varepsilon \xi_i^+ \text{ 和 } \xi_i^- \geq \lambda_i^- \geq \varepsilon \xi_i^-, \quad i = 1, \dots, k,$$

$$\xi_i^+ + \xi_i^- \leq 1, \quad i = 1, \dots, k$$

$$\sum_{i=1}^k (\xi_i^+ + \xi_i^-) = k,$$

$$\lambda_i^* = \lambda_i^+ - \lambda_i^-, \quad \xi_i^+ = (0, 1), \quad \xi_i^- = (0, 1), \quad y_j = (0, 1), \quad \text{其他變數} \geq 0.$$

重新計算後，如果  $\sum_{i=1}^k \lambda_i^* z_{ij} \geq c^*$ ，就將屬於  $G_1$  群體。反之，如果  $\sum_{i=1}^k \lambda_i^* z_{ij} \leq c^* - \varepsilon$ ，

就屬於  $G_2$  群體。

### 3-3 四群單階判別模式

在文獻探討中，二群單階及二群二階二種方法不可能處理超過二個群組以上的。要延伸應付超過二個群組，模式需進一步調整入  $h$  小組 ( $n=1, \dots, h$ )，如圖 3-3 所示。

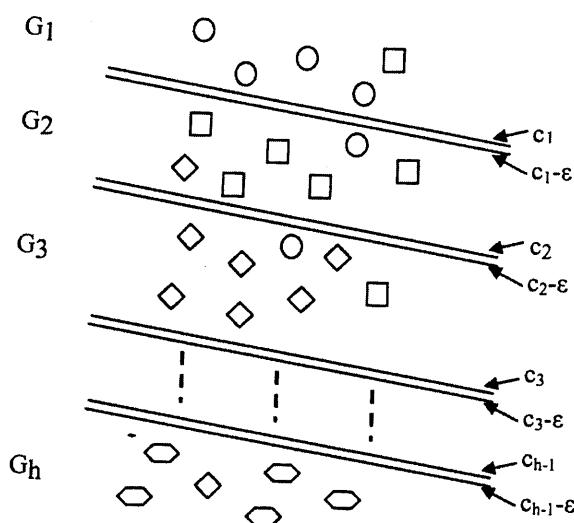


圖 3-3 多群組分類（資料來源：Sueyoshi, 2006）

進一步調整後的模式如下：

$$\begin{aligned}
 & \text{Minimize} \quad \sum_{n=1}^h \sum_{j \in G_n} y_j \\
 & \text{subject to} \quad \sum_{i=1}^k (\lambda_i^+ - \lambda_i^-) z_{ij} - c_n + M y_j \geq 0, \quad j \in G_n, n = 1, \dots, h-1, \\
 & \quad \sum_{i=1}^k (\lambda_i^+ - \lambda_i^-) z_{ij} - c_n - M y_j \leq -\varepsilon \quad j \in G_{n+1}, n = 1, \dots, h-1, \\
 & \quad \sum_{i=1}^k (\lambda_i^+ + \lambda_i^-) = 1,
 \end{aligned} \tag{5}$$

$$\xi_i^+ \geq \lambda_i^+ \geq \varepsilon \xi_i^+ \text{ 和 } \xi_i^- \geq \lambda_i^- \geq \varepsilon \xi_i^-, i = 1, \dots, k,$$

$$\xi_i^+ + \xi_i^- \leq 1, i = 1, \dots, k$$

$$\sum_{i=1}^k (\xi_i^+ + \xi_i^-) = k,$$

$$c_n (n = 1, \dots, h-1): \text{不限}, \xi_i^+ = (0, 1), \xi_i^- = (0, 1), y_j = (0, 1), \text{ 其他變數} \geq 0.$$

由模式(5)求得最佳解  $\lambda_i^*$  及  $c^*$  後，在分類本研究門市  $j$  時， $Z_{ij} = (z_{1j}, \dots, z_{kj})^T$  由以下規則做區分：

- (1) 當  $\sum_{i=1}^k \lambda_i^* z_{ij} \geq c_1^*$ ，門市  $j$  歸屬於  $G_1$
- (2) 當  $c_n^* \geq \sum_{i=1}^k \lambda_i^* z_{ij} \leq c_{n-1}^* - \varepsilon$ ，門市  $j$  歸屬於  $G_n (n = 2, \dots, h-1)$
- (3) 當  $\sum_{i=1}^k \lambda_i^* z_{ij} \leq c_{n-1}^* - \varepsilon$ ，門市  $j$  歸屬於  $G_n$

### 3-4 判別正確率評估

為了發現最佳的預測參數及避免過程中造成預測準確率有誤差，本研究使用 apparent 和 leave-one-out (LOO) 兩種方式評估判別的正確率(hit rate).

Apparent 表示很明確的從判別結果查驗是否有誤判情況，另採用 LOO 交叉驗證法，LOO 是從全部的資料中取其中一個變數作為測試，其餘的則拿來做分類計算使用。LOO 常用在交叉驗證方法。這種方法背後的想法是從一個複合數據集來預測屬性值(Eriksson等, 2000)。此外，這種方法在具有較強的集群化數據中並不好使用(Martens 及 Dardenne, 1998)，和低估了真正的預測誤差。

## 第四章 實證判別分析結果

### 4-1 投入與產出的選擇

DEA-DA的評估是依據投入與產出資料進行分析，因此，若有不適的投入或產出資料存在，將會造成衡量的結果與實際狀況有誤差的情形。本研究採用下述2個步驟進行投入與產出資料的篩選。

#### 1. 集團主管的篩選與修正：

先進行門市主管對各決策單位之投入構面與產出構面資料的蒐集篩選，再經由集團主管對各門市主管所提出的衡量指標篩選與修正，以期望所採用的各項投入能成為對產出有貢獻，且投入與產出都能符合本研究所要求的。

#### 2. 投入與產出項個數之決定

避免DEA-DA喪失效率評估的鑑別力，在處理投入與產出項個數時，須對投入與產出項個數作限制。在限制投入與產出項個數時，採用經驗法則作為準則，即受評估單位之個數須大於投入與產出項個數和的兩倍，若不符合經驗法則的規定，則須增加受評估之決策單位的數目或減少投入與產出項的個數。

本文採用3項投入因子及1項產出因子以分析31家連鎖門市之效率，3項投入因子包括設計師與服務員人數( $X_1$ )、服務座椅數( $X_2$ )、管銷與訓練費用( $X_3$ )，1項產出因子為營業收入( $Y_1$ )。個案公司31家門市98年度的資料如表4-1所示，表4-1中關於設計師與服務員人數，設計師與服務員分為A級設計師、B級設計師、C級設計師、行政人員、專業助理及見習助理等6個級別，因為其薪資及福利待遇不同，無法直接使用該項資料，必須依公司提供之薪資及福利待遇轉算為約當人數後，才能公允合理地反映出各門市實質人力數目之多寡。約當人數之計算方式為：假設門市 $j$ 之A級設計師有 $n_A$ 人、B級設計師有 $n_B$ 人、C級設計師有 $n_C$ 人、行政人員有 $n_D$ 人、專業助理有 $n_E$ 人及見習助理有 $n_F$ 人，6個級別所支領之薪資及福利待遇金額分別為 $a$ 、 $b$ 、 $c$ 、 $d$ 、 $e$ 及 $f$ 元，則以金額最低之見習助理為換算基礎，則門市 $j$ 之約當人數計算如下：

$$x_{1j} = n_A \times \frac{a}{f} + n_B \times \frac{b}{f} + n_C \times \frac{c}{f} + n_D \times \frac{d}{f} + n_E \times \frac{e}{f} + n_F$$

例如門市1之  $n_A=1$ 、 $n_B=4$ 、 $n_C=1$ 、 $n_D=0$ 、 $n_E=3$  及  $n_F=3$ ，個案公司所提供之薪資及福利待遇金額分別為  $a=660000$ 、 $b=489000$ 、 $c=438500$ 、 $d=288000$ 、 $e=257000$  及  $f=160000$  元，則門市1之約當人數計算如下：

$$\begin{aligned}x_{11} &= 1 \times \frac{660000}{166000} + 4 \times \frac{489000}{166000} + 1 \times \frac{438500}{166000} + 0 \times \frac{288000}{166000} + 3 \times \frac{257000}{166000} + 3 \\&= 26.04518072\end{aligned}$$

31家門市之設計師與服務員人數的約當人數彙集如表4-2。

為了符合 DEA-DA 模式所需要的投入及產出項目，一般而言，投入量與產出量應有正相關，所蒐集資料經過整理之後，檢驗 3 項投入因子與 1 項產出因子之相關係數分別為： $X_1$  與  $Y_1$  之相關係數 0.895625、 $X_2$  與  $Y_1$  之相關係數 0.650668 及  $X_3$  與  $Y_1$  之相關係數 0.98，皆呈現高度正相關，因此這些投入與產出項之選用是合宜的。

#### 4-2 二群單階判別模式分析結果

本文以符號  $x_{ij}$  表示門市  $j$  第  $i$  項投入因子之數量， $y_{1j}$  表示門市  $j$  第 1 項產出因子之數量，採用第一四分位數( $Q_1$ )區別 ROI 之高低界限，31 家門市中屬於高 ROI 之集合為  $G_1 = \{1, 2, 3, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 12, 14, 15, 16, 17, 19, 20, 21, 22, 23, 25, 27, 29, 31\}$ ，屬於低 ROI 之集合為  $G_2 = \{4, 11, 13, 18, 24, 26, 28, 30\}$ 。二群單階判別模式如下：

$$\begin{array}{ll}\text{Minimize} & \sum_{j \in G_1} y_j + \sum_{j \in G_2} y_j \\ \text{subject to} & \begin{aligned} & \sum_{i=1}^3 (\lambda_i^+ - \lambda_i^-) x_{ij} + (\lambda_4^+ - \lambda_4^-) y_{1j} - c + My_j \geq 0, \quad j \in G_1 \\ & \sum_{i=1}^3 (\lambda_i^+ - \lambda_i^-) x_{ij} + (\lambda_4^+ - \lambda_4^-) y_{1j} - c - My_j \leq -\varepsilon, \quad j \in G_2 \\ & \sum_{i=1}^4 (\lambda_i^+ + \lambda_i^-) = 1, \end{aligned} \end{array} \quad (6)$$

$$\xi_i^+ \geq \lambda_i^+ \geq \varepsilon \xi_i^+ \text{ 和 } \xi_i^- \geq \lambda_i^- \geq \varepsilon \xi_i^-, \quad i = 1, \dots, 4,$$

$$\xi_i^+ + \xi_i^- \leq 1, \quad i = 1, \dots, 4$$

$$\sum_{i=1}^4 (\xi_i^+ + \xi_i^-) = 4,$$

$\xi_i^+ = (0, 1)$ ,  $\xi_i^- = (0, 1)$ ,  $y_j = (0, 1)$ , 其他變數 $\geq 0$ .

c: 不受限制

表4-1 31家門市2009年投入產出資料

門市代號 (j)	投入因子							產出因子 營業收入 (千元) (Y <sub>1</sub> )	
	設計師與服務員人數(X <sub>1</sub> )						服務 座椅 數 (張) (X <sub>2</sub> )	管銷與訓 練費用 (千元) (X <sub>3</sub> )	
	A 級 設 計 師	B 級 設 計 師	C 級 設 計 師	行政 人員	專 業 助 理	見 習 助 理			
1	1	4	1	0	3	3	17	8418	9800
2	0	4	2	1	3	3	11	8460	9640
3	0	3	0	1	1	2	10	6508	7134
4	0	1	3	0	2	1	9	4144	4014
5	0	3	3	0	5	0	12	6215	6893
6	0	1	1	0	0	0	5	2201	2330
7	0	3	2	0	3	1	11	5969	7394
8	1	1	1	0.5	0	2	11	5749	6234
9	0	2	1	0	0	0	7	3565	4122
10	1	2	3	1	1	3	15	7578	9129
11	0	3	3	0	0	1	10	5804	6206
12	2	2	3	0.5	2	2	13	6669	8957
13	1	2	2	0	3	1	15	5939	6029
14	1	2	2	1	2	3	11	6993	8168
15	1	3	2	1	3	0	15	8375	10894
16	0	1	3	0	2	0	13	4668	5055
17	0	1	3	1	1	1	13	4139	4612
18	0	1	4	0	1	1	12	4403	4771
19	2	1	2	0	5	2	25	8294	9912
20	1	4	2	0	4	1	26	8645	10914
21	1	3	2	1	5	2	18	7865	9121
22	0	3	3	0	4	2	17	7242	8137
23	2	1	1.5	0.5	7	0	17	8083	10034
24	0	1	3	0	1	1	9	4032	3605
25	0	2	2	0	4	0	13	5422	6231
26	0	1	3	0	1	1	11	4181	4154
27	1	1	3	1	5	0	15	6776	7123
28	0	1	3	0	4	0	15	3028	3135
29	0	3	2	0	3	0	10	6471	7340
30	1	1	5	0	2	0	21	7754	7268
31	1	5	3	1	5	0	19	12449	14324

資料來源：個案公司提供

表4-2 31家門市之約當人數

門市代號( $j$ )	約當人數( $X_1$ )	門市代號( $j$ )	約當人數( $X_1$ )
1	26.04518072	17	15.15361446
2	26.44578313	18	16.06024096
3	14.12048193	19	25.92168675
4	14.96686747	20	28.23493976
5	24.50301205	21	29.57228916
6	5.587349398	22	24.95481928
7	19.76506024	23	26.56475904
8	12.43072289	24	13.4186747
9	8.53313253	25	17.36746988
10	24.0753012	26	13.4186747
11	17.76204819	27	24.32228916
12	27.73192771	28	17.06325301
13	20.79518072	29	18.76506024
14	22.98192771	30	23.22590361
15	24.47590361	31	36.10542169
16	13.96686747		

資料來源：個案公司提供

本文設定  $M=1000$  及  $\varepsilon=0.0001$ ，應用模式(6)建構個案資料之混整數規劃模式請參見附錄1，執行後最佳解  $c^*=14.61330$ ，3項投入因子與1項產出因子所對應之權重值分別為：

$$\lambda_1^* = \lambda_1^+ - \lambda_1^- = 0 - 0.0001 = -0.0001$$

$$\lambda_2^* = \lambda_2^+ - \lambda_2^- = 0.9573273 - 0 = 0.9573273$$

$$\lambda_3^* = \lambda_3^+ - \lambda_3^- = 0 - 0.02179935 = -0.0217935$$

$$\lambda_4^* = \lambda_4^+ - \lambda_4^- = 0.02077330 - 0 = 0.02077330$$

4項權重值  $\lambda_1^*$  和  $\lambda_3^*$  為負值，分別為-0.0001 和-0.0217935，顯示  $\lambda_1^*$  和  $\lambda_3^*$  對 ROI 之高低有負向關係，相對地， $\lambda_2^*$  和  $\lambda_4^*$  為正值，分別為 0.9573273 和 0.02077330，顯示  $\lambda_2^*$  和  $\lambda_4^*$  對 ROI 之高低有正向關係。

依據 4 項權重值可以推導門市  $j$  之判別函數值( $DS_j$ )計算方程式如下：

$$DS_j = -0.0001x_{1j} + 0.9573273x_{2j} - 0.0217935x_{3j} + 0.02077330y_{1j}$$

對於門市  $j$  屬於高 ROI 或低 ROI 之判別規則為：若  $DS_j \geq c^* = 14.61330$ ，則歸屬於高 ROI 群( $G_1$ )；若  $DS_j \leq c^* - \varepsilon = 14.61330 - 0.0001 = 14.61320$ ，則歸屬於低 ROI 群( $G_2$ )。31 家門市之判別函數值及判別群別彙整於表 4-3，由表 4-3 得知門市 6 判別函數值為 5.20749745 小於  $c^* - \varepsilon$ ，應歸屬於  $G_2$ ，與原判別歸屬不同。其正確率為  $30/31=96.77\%$ ，此為 apparent hit rate。為了交叉驗證，同時採用 LOO 方式測試判別正確率，31 家門市之判別群別彙整於表 4-4，其中誤判門市為 5, 6, 11, 16, 18, 27 共有 6 家，其正確率為  $25/31=80.6\%$ 。以第 1 次執行為例，採用門市 2 至門市 31 之投入產出資料所得之權重值為：

$$\lambda_1^* = \lambda_1^+ - \lambda_1^- = 0 - 0.8353801 = -0.8353801$$

$$\lambda_2^* = \lambda_2^+ - \lambda_2^- = 0.1542878 - 0 = 0.1542878$$

$$\lambda_3^* = \lambda_3^+ - \lambda_3^- = 0 - 0.003780306 = -0.003780306$$

$$\lambda_4^* = \lambda_4^+ - \lambda_4^- = 0.006551808 - 0 = 0.006551808$$

應用這些權重值計算門市 1 之判別函數值為：

$$DS_1 = -0.8353801x_{1j} + 0.1542878x_{2j} - 0.003780306x_{3j} + 0.006551808y_{1j} = 13.25037$$

判別至  $G_1$  群體。由 apparent hit rate 及 LOO hit rate 顯示判別正確率皆達滿意程度。

#### 4-3 二群二階判別模式分析結果

為了進一步檢驗 DEA-DA 之判別效率，本研究以相同的投入與產出，應用二群二階判別模式分析，期望判別分析結果是與二群單階模式相同或更好，二群二階判別模式如下：

表 4-3 二群單階判別模式各門市之判別結果

門市 $j$	判別分數 $DS_j$	判別群 別	原歸屬群 別	是否正確判 別？
1	36.34337128	G1	G1	Y
2	26.36006672	G1	G1	Y
3	15.89841335	G1	G1	Y
4	1.661968813	G2	G2	Y
5	19.19287395	G1	G1	Y
6	5.207497415	G2	G1	N
7	34.00608384	G1	G1	Y
8	14.70564628	G1	G1	Y
9	14.61329764	G1	G1	Y
10	38.80148337	G1	G1	Y
11	11.9671692	G2	G2	Y
12	53.12906466	G1	G1	Y
13	10.13371603	G2	G2	Y
14	27.76176196	G1	G1	Y
15	58.09223586	G1	G1	Y
16	15.69352391	G1	G1	Y
17	18.02268949	G1	G1	Y
18	14.61319783	G2	G2	Y
19	49.03173103	G1	G1	Y
20	63.15210176	G1	G1	Y
21	35.25031572	G1	G1	Y
22	27.43351802	G1	G1	Y
23	48.50705377	G1	G1	Y
24	-4.392628867	G2	G2	Y
25	23.68587475	G1	G1	Y
26	5.678464283	G2	G2	Y
27	14.61329757	G1	G1	Y
28	13.47406687	G2	G2	Y
29	20.98382464	G1	G1	Y
30	2.04973521	G2	G2	Y
31	44.36224921	G1	G1	Y

表 4-4 二群單階 LOO 判別方法各門市之判別結果

門市( $j$ )	判別群別	原歸屬群別	是否正確判別?	$c^*$	判別分數 $DS_j$
1	G1	G1	Y	3.049139	13.25037
2	G1	G1	Y	3.473474	13.23349
3	G1	G1	Y	3.049139	11.88528
4	G2	G2	Y	14.61330	1.661969
5	G1	G2	N	2.899323	2.538394
6	G1	G2	N	32.35557	11.46900
7	G1	G1	Y	14.61535	34.01302
8	G1	G1	Y	6.959816	8.964163
9	G1	G1	Y	50.42444	59.97846
10	G1	G1	Y	14.61330	38.80149
11	G2	G1	N	0.7969344	5.499528
12	G1	G1	Y	50.42444	225.8645
13	G2	G2	Y	3.473474	2.096615
14	G1	G1	Y	9.164287	14.35134
15	G1	G1	Y	14.61330	58.09224
16	G1	G2	N	174.333	158.7999
17	G1	G1	Y	0.9826610	2.221930
18	G2	G1	N	0.8235850	6.474577
19	G1	G1	Y	14.61330	49.03174
20	G1	G1	Y	3.049139	19.25027
21	G1	G1	Y	14.61535	35.25711
22	G1	G1	Y	3.473474	8.158628
23	G1	G1	Y	14.61330	48.50706
24	G2	G2	Y	3.154224	1.876635
25	G1	G1	Y	14.61330	23.68588
26	G2	G2	Y	0.9830963	-6.530271
27	G1	G2	N	-8.453090	-14.99494
28	G2	G2	Y	9.164287	4.462124
29	G1	G1	Y	14.61535	20.98755
30	G2	G2	Y	14.61535	2.046840
31	G1	G1	Y	14.61330	44.36226

Minimize  $s$

$$\text{St.} \quad \begin{aligned} & \sum_{i=1}^3 (\lambda_i^+ - \lambda_i^-) x_{ij} + (\lambda_4^+ - \lambda_4^-) y_{1j} - d + s \geq 0, \quad j \in G_1, \\ & \sum_{i=1}^3 (\lambda_i^+ - \lambda_i^-) x_{ij} + (\lambda_4^+ - \lambda_4^-) y_{1j} - d - s \leq 0, \quad j \in G_2, \\ & \sum_{i=1}^4 (\lambda_i^+ + \lambda_i^-) = 1, \end{aligned} \quad (7)$$

$$\xi_i^+ \geq \lambda_i^+ \geq \varepsilon \xi_i^+ \text{ 和 } \xi_i^- \geq \lambda_i^- \geq \varepsilon \xi_i^-, \quad i = 1, \dots, 4$$

$$\xi_i^+ + \xi_i^- \leq 1, \quad i = 1, \dots, 4$$

$$\sum_{i=1}^4 (\xi_i^+ + \xi_i^-) = 4,$$

$$\xi_i^+ = (0, 1), \quad \xi_i^- = (0, 1), \quad d \text{ 和 } s \text{ 不限},$$

執行模式(7)後得到最佳解狀態之  $d^* = 2.628086$  和  $s^* = 0.4438966$ ，計算得到

$d^* + s^* = 3.077052$ ， $d^* - s^* = 2.1841894$ 。3項投入因子與1項產出因子所對應之權重

值分別為：

$$\lambda_1^* = \lambda_1^+ - \lambda_1^- = 0 - 0.5720775 = -0.5720775$$

$$\lambda_2^* = \lambda_2^+ - \lambda_2^- = 0.4170053 - 0 = 0.4170053$$

$$\lambda_3^* = \lambda_3^+ - \lambda_3^- = 0 - 0.004886676 = -0.004886676$$

$$\lambda_4^* = \lambda_4^+ - \lambda_4^- = 0.006030529 - 0 = 0.006030529$$

依據 4 項權重值可以推導門市  $j$  之判別函數值( $DS_j$ )計算方程式如下：

$$DS_j = -0.5720775x_{1j} + 0.4170053x_{2j} - 0.004886676x_{3j} + 0.006030529y_{1j}$$

對於原屬於  $G_1$  之門市而言，若其判別函數值  $DS_j \geq 3.077052$ ，則可判別歸屬於

$G_1$ ；否則， $G_1$ 。對於原屬於  $G_2$  之門市而言，若其判別函數值  $DS_j \leq 2.1841894$ ，

則可判別歸屬於  $G_2$ ；否則，暫時判別歸屬於重疊區域。對於歸屬於重疊區域之門市，必須進入第二階模式再進行判別，亦即處理重疊 (handling overlap ; HO)。

個案資料應用二群二階判別模式分析之第一階段判別結果如表 4-5 所示。原屬  $G_1$  之門市 5,6 和 27 其判別函數值不符合  $DS_j \geq 3.077052$  無法歸於  $G_1$ 。同樣，原屬  $G_2$  之門市 11 和 18 其判別函數值不符合  $DS_j \leq 2.1841894$  無法歸於  $G_2$ ，此 5 家門市暫時判別歸屬於重疊區域，且  $s^* = 0.4438966 > 0$ ，應有重疊區域，必需進入第二階段。第二階段 HO 判別模式如下：

$$\begin{aligned}
 \text{Minimize} \quad & \sum_{j \in G_1} y_j + \sum_{j \in G_2} y_j \\
 \text{subject to} \quad & \sum_{i=1}^3 (\lambda_i^+ - \lambda_i^-) x_{ij} + (\lambda_4^+ - \lambda_4^-) y_{1j} - c + My_j \geq 0, \quad j \in G_1 \\
 & \sum_{i=1}^3 (\lambda_i^+ - \lambda_i^-) x_{ij} + (\lambda_4^+ - \lambda_4^-) y_{1j} - c - My_j \leq -\varepsilon, \quad j \in G_2 \\
 & \sum_{i=1}^4 (\lambda_i^+ + \lambda_i^-) = 1, \\
 & \xi_i^+ \geq \lambda_i^+ \geq \varepsilon \xi_i^+ \text{ 和 } \xi_i^- \geq \lambda_i^- \geq \varepsilon \xi_i^-, \quad i = 1, \dots, 4,
 \end{aligned} \tag{8}$$

$$\xi_i^+ + \xi_i^- \leq 1, \quad i = 1, \dots, 4$$

$$\sum_{i=1}^4 (\xi_i^+ + \xi_i^-) = 4,$$

$$\xi_i^+ = (0, 1), \quad \xi_i^- = (0, 1), \quad y_j = (0, 1), \quad \text{其他變數} \geq 0. c: \text{不受限制}$$

將門市 5,6,11,18,27 帶入模式(8)得  $\lambda_1^* = 0.5069843, \lambda_2^* = -0.4918648, \lambda_3^* = 0.0001$

$\lambda_4^* = -0.001050944$  和  $c^* = -1.855224$ ，計算後得  $DS_5 = -0.102392181 > c^*$  屬於  $G_1$ ，

以相同計算方式得其它門市新的判別函數值和群別。重疊區域門市與原判別歸屬相同有 2 家，不同的有 3 家。其正確 apparent hit rate 為  $28/31=90.32\%$ 。

為了交叉驗證，同時採用 LOO 方式測試判別正確率，31 家門市之判別群別彙整於表 4-6，以門市 6 之判別為例，將門市 6 以外的 30 家門市帶入模式(7)得  $\lambda_1^* = -0.0001, \lambda_2^* = 0.900981, \lambda_3^* = -0.0494169, \lambda_4^* = 0.0495019, d^* = 30.33320$  及  $s^* = -0.932124$ ，計算後得  $DS_6 = 11.07715 < d^* - s^*$ ，所以門市 6 屬於 G2，與原歸屬有所不同。其中門市 11 計算判別結果與門市 6 相似。二者的  $s^*$  值  $\leq 0$ ，代表無重疊區域產生。

其他門市分析的  $s^*$  值  $\geq 0$ ，代表著有重疊區域產生，必須進入 HO 第二階段模式再進行判別。若  $DS_j \geq c^*$ ，則歸屬於高 ROI 群( $G_1$ )；若  $DS_j \leq c^* - \varepsilon$ ，則歸屬於低 ROI 群( $G_2$ )。以門市 4 之判別為例，將門市 4 以外的 30 家門市進行模式(4)計算，得  $\lambda_1^* = -0.5513993, \lambda_2^* = 0.4403237, \lambda_3^* = -0.003546725, \lambda_4^* = 0.004730302$ ， $d^* = 2.858172$ ，及  $s^* = 0.5221507$ ，再將 4 個權重帶入門市 4，得到其判別函數值

$$DS_4 = -0.5513993x_{1j} + 0.4403237x_{2j} - 0.003546725x_{3j} + 0.004730302x_{4j} = 0$$

$DS_4 = 0 < d^* - s^*$ ，所以門市 4 屬於  $G_2$ ，與原歸屬相同，雖  $s^*$  值  $> 0$ ，但門市 4 未被判別在重疊區域，所以無需進入第二階段 HO 模式。所以誤判門市共有 3 家，其正確率為  $28/31=90.32\%$ 。由表 4-5 及表 4-6 顯示判別正確率皆達滿意程度。

#### 4-4 四群單階判別模式分析結果

為了更確信所採用的單階模式及二階模式之結果，再將 31 家門市依四分位距( $Q_1$ 、 $Q_2$  及  $Q_3$ )區別 ROI 之高低界限，31 家門市中屬於最高 ROI 之集合為  $G_1 = \{23, 15, 31, 12, 20, 19, 7\}$ ，屬於次高 ROI 集合為  $G_2 = \{14, 10, 2, 25, 1, 21, 29, 5\}$ ，較低 ROI 之集合為  $G_3 = \{3, 9, 22, 16, 8, 17, 6, 27\}$ ，最低 ROI 之集合為

$$G_4 = \{4, 11, 13, 18, 24, 26, 28, 30\}$$

四群單階判別模式如下：

$$\begin{aligned} \text{Minimize} \quad & \sum_{j \in G_1} y_j + \sum_{j \in G_2} y_j + \sum_{j \in G_3} y_j + \sum_{j \in G_4} y_j \\ \text{subject to} \quad & \sum_{i=1}^3 (\lambda_i^+ - \lambda_i^-) x_{ij} + (\lambda_4^+ - \lambda_4^-) y_{1j} - c_1 + My_j \geq 0, \quad j \in G_1 \\ & \sum_{i=1}^3 (\lambda_i^+ - \lambda_i^-) x_{ij} + (\lambda_4^+ - \lambda_4^-) y_{1j} - c_1 - My_j \leq -\varepsilon, \quad j \in G_2 \\ & \sum_{i=1}^3 (\lambda_i^+ - \lambda_i^-) x_{ij} + (\lambda_4^+ - \lambda_4^-) y_{1j} - c_2 + My_j \geq 0, \quad j \in G_2 \\ & \sum_{i=1}^3 (\lambda_i^+ - \lambda_i^-) x_{ij} + (\lambda_4^+ - \lambda_4^-) y_{1j} - c_2 - My_j \leq -\varepsilon, \quad j \in G_3 \\ & \sum_{i=1}^3 (\lambda_i^+ - \lambda_i^-) x_{ij} + (\lambda_4^+ - \lambda_4^-) y_{1j} - c_3 + My_j \geq 0, \quad j \in G_3 \end{aligned} \quad (9)$$

表 4-5 二群二階第一階段判別結果(apparent hit rate)

門市 $j$	判別分數 $DS_j$	判別群別	原歸屬群別
1	10.15237386	G1	G1
2	6.2510414	G1	G1
3	7.311349478	G1	G1
4	-0.853002363	G2	G2
5	2.184186782	重疊	G1
6	2.184188319	重疊	G1
7	8.701074432	G1	G1
8	6.976538887	G1	G1
9	5.474264573	G1	G1
10	10.50360989	G1	G1
11	3.071980345	重疊	G2
12	10.98246303	G1	G1
13	1.694715077	G2	G2
14	6.524450154	G1	G1
15	17.02363718	G1	G1
16	5.104258802	G1	G1
17	4.338874809	G1	G1
18	3.071980531	重疊	G2
19	14.84043145	G1	G1
20	18.26144354	G1	G1
21	7.159202419	G1	G1
22	6.494106356	G1	G1
23	12.90331504	G1	G1
24	-1.886494762	G2	G2
25	6.566199077	G1	G1
26	1.530161535	G2	G2
27	2.184186616	重疊	G1
28	0.602429862	G2	G2
29	6.077386714	G1	G1
30	1.408693493	G2	G2
31	12.8150692	G1	G1

表 4-6 二群二階 LOO 判別方法各門市之判別結果

門市( $j$ )	判別結果	原歸屬群別	判別分數 $DS_j$	$d^*$	$s^*$
1	$G_1$	$G_1$	10.15238	2.628086	0.4438966
2	$G_1$	$G_1$	6.251044	2.628086	0.4438966
3	$G_1$	$G_1$	7.311351	2.628086	0.4438966
4	$G_2$	$G_2$	0	2.858172	0.5221507
5	$G_1$	$G_1$	1.536539	2.475729	0.3440716
6	$G_2$	$G_1$	11.07715	30.33320	-0.9321245
7	$G_1$	$G_1$	8.701076	2.628086	0.4438966
8	$G_1$	$G_1$	6.976541	2.628086	0.4438966
9	$G_1$	$G_1$	5.474266	2.628086	0.4438966
10	$G_1$	$G_1$	10.50361	2.628086	0.4438966
11	$G_1$	$G_2$	6.704072	3.187141	-0.286333
12	$G_1$	$G_1$	10.98247	2.628086	0.4438966
13	$G_2$	$G_2$	1.694717	2.628086	0.4438966
14	$G_1$	$G_1$	6.524452	2.628086	0.4438966
15	$G_1$	$G_1$	17.02364	2.628086	0.4438966
16	$G_1$	$G_1$	5.104260	2.628086	0.4438966
17	$G_1$	$G_1$	4.338876	2.628086	0.4438966
18	$G_2$	$G_2$	3.081748	1.943327	0.1273110
19	$G_1$	$G_1$	14.84043	2.628086	0.4438966
20	$G_1$	$G_1$	18.26145	2.628086	0.4438966
21	$G_1$	$G_1$	7.159205	2.628086	0.4438966
22	$G_1$	$G_1$	6.494109	2.628086	0.4438966
23	$G_1$	$G_1$	12.90332	2.628086	0.4438966
24	$G_2$	$G_2$	0	3.575213	0.8416522
25	$G_1$	$G_1$	6.566201	2.628086	0.4438966
26	$G_2$	$G_2$	1.530163	2.628086	0.4438966
27	$G_2$	$G_1$	0	1.878802	0.1890600
28	$G_2$	$G_2$	0.6024315	2.628086	0.4438966
29	$G_1$	$G_1$	6.077389	2.628086	0.4438966
30	$G_2$	$G_2$	1.408696	2.628086	0.4438966
31	$G_1$	$G_1$	12.81507	2.628086	0.4438966

$$\sum_{i=1}^3 (\lambda_i^+ - \lambda_i^-) x_{ij} + (\lambda_4^+ - \lambda_4^-) y_{1j} - c_3 - M y_j \leq -\varepsilon, \quad j \in G_4$$

$$\sum_{i=1}^4 (\lambda_i^+ + \lambda_i^-) = 1,$$

$$\xi_i^+ \geq \lambda_i^+ \geq \varepsilon \xi_i^+ \text{ 和 } \xi_i^- \geq \lambda_i^- \geq \varepsilon \xi_i^-, \quad i = 1, \dots, 4,$$

$$\xi_i^+ + \xi_i^- \leq 1, \quad i = 1, \dots, 4$$

$$\sum_{i=1}^4 (\xi_i^+ + \xi_i^-) = 4,$$

$$\xi_i^+ = (0, 1), \quad \xi_i^- = (0, 1), \quad y_j = (0, 1),$$

$$c_1, c_2, c_3: \text{不受限制, 其他變數} \geq 0.$$

應用模式(9)建構個案資料之混整數規劃模式請參見附錄2，執行後最佳解

$c_1^* = 15.95923$ ， $c_2^* = 7.272748$  及  $c_3^* = -1.684455$ ，3項投入因子與1項產出因子所

對應之權重值分別為：

$$\lambda_1^* = \lambda_1^+ - \lambda_1^- = 0.5485399 - 0 = 0.5485399$$

$$\lambda_2^* = \lambda_2^+ - \lambda_2^- = 0 - 0.4108550 = -0.4108550$$

$$\lambda_3^* = \lambda_3^+ - \lambda_3^- = 0 - 0.02144714 = -0.02144714$$

$$\lambda_4^* = \lambda_4^+ - \lambda_4^- = 0.01915800 - 0 = 0.01915800$$

依據 4 項權重值可以推導門市  $j$  之判別函數值( $DS_j$ )計算方程式如下：

$$DS_j = 0.5485399x_{1j} - 0.4108550x_{2j} - 0.02144714x_{3j} + 0.01915800y_{1j}$$

對於門市  $j$  之 ROI 判別規則為：若  $DS_j \geq c_1^* = 15.95923$ ，則歸屬於最高 ROI 群

( $G_1$ )；若  $c_2^* \leq DS_j \leq c_1^* - \varepsilon$  (即  $7.272748 \leq DS_j \leq 15.95913$ )，則歸屬於次高 ROI 群

( $G_2$ )；若  $c_3^* \leq DS_j \leq c_2^* - \varepsilon$  (即  $-1.68445 \leq DS_j \leq 7.272648$ )，則歸屬於較低 ROI

群( $G_3$ )；若  $DS_j \leq c_3^* - \varepsilon$  (即  $DS_j \leq -1.684355$ )，則歸屬於最低 ROI 群( $G_4$ )；。31

家門市之判別函數值及判別群別彙整於表 4-7，由表 4-7 得知門市 7、10、11、18、19 及 27 共 6 家，其判別函數值不符合原判別臨界值。其 apparent rate=25/31=81%，

表 4-7 四群單階判別模式各門市之判別結果

門市 $j$	判別分數 $DS_j$	判別群 別	原歸屬群 別	是否正確判 別？
1	14.50866131	G2	G2	Y
2	13.22747783	G2	G2	Y
3	0.732282625	G3	G3	Y
4	-7.464507175	G4	G4	Y
5	7.272738679	G2	G2	Y
6	-1.55640606	G3	G3	Y
7	19.95879251	G1	G2	N
8	-1.569293368	G3	G3	Y
9	4.315000565	G3	G3	Y
10	19.4103934	G1	G2	N
11	0.049989579	G3	G4	N
12	38.43818319	G1	G1	Y
13	-6.626821106	G4	G4	Y
14	14.58979331	G2	G2	Y
15	36.35063922	G1	G1	Y
16	-0.951290435	G3	G3	Y
17	2.558230699	G3	G3	Y
18	0.850483552	G3	G4	N
19	15.9592213	G2	G1	N
20	28.48564773	G1	G1	Y
21	14.88455244	G2	G2	Y
22	7.272637191	G3	G3	Y
23	26.46143465	G1	G1	Y
24	-13.747295	G4	G4	Y
25	7.272740111	G2	G2	Y
26	-7.246886863	G4	G4	Y
27	-1.684465578	G4	G3	N
28	-1.684559819	G4	G4	Y
29	8.020111328	G2	G2	Y
30	-22.94839971	G4	G4	Y
31	19.42276554	G1	G1	Y

#### 4-5 ROI 的預測

某年度資料所得之判別方程式可於次年度中，用來預測某門市之全年 ROI 表現，例如第  $j$  家門市在某年度預估其次年度的投入產出資料如表 4-8（其中服務人員及座椅數量未異動）。

使用二群單階 apparent 的方法獲得之判別方程式如下：

$$DS_j = -0.0001x_{1j} + 0.9573273x_{2j} - 0.0217935x_{3j} + 0.02077330y_{1j}$$

帶入全年度預估資料，計算式如下：

$$DS_j = -0.0001 \times 26.5648 + 0.9573273 \times 17 - 0.0217935 \times 8000 + 0.02077330 \times 10000$$

所得門市  $j$  之判別函數值  $DS_j = 23.09466$ ，因為， $DS_j \geq 14.61320$ ，推測門市  $j$  未來全年表現可能屬於  $G_1$ 。

在第一季結束後，修正原預估第一季之投入產出資料如下：

$$x_{1j} = 26.5648, x_{2j} = 17, x_{3j} = 2200, x_{4j} = 2600,$$

重新計算其判別函數值如下：

$$DS_j = -0.0001 \times 26.5648 + 0.9573273 \times 17 - 0.0217935 \times 8200 + 0.02077330 \times 10100$$

所得門市  $j$  之判別函數值  $DS_j = 20.81329$ ，同樣， $DS_j \geq 14.61320$ ，推測門市  $j$  未來全年表現可能屬於  $G_1$ 。若門市  $j$  被預判歸屬於  $G_2$  群體，則須適時提出改善方案。

表 4-8 第  $j$  家門市預估之投入產出

項目 時間	約當人數 ( $x_{1j}$ )	服務座椅 (單位:張數) ( $x_{2j}$ )	教育訓練 及 管銷費用 (單位:千元) ( $x_{3j}$ )	營業收入 (單位:千元) ( $x_{4j}$ )
第一季	26.5648	17	2000	2500
第二季	26.5648	17	2000	2500
第三季	26.5648	17	2000	2500
第四季	26.5648	17	2000	2500
全年度	26.5648	17	8000	10000

## 第五章 結論與建議

### 5-1 結論

一般來說門市經營發生困難的原因不外乎是財務結構不良或營運績效不彰。在競爭市場中必需時時刻刻因應生存的危機，如能分析營運成效之影響因素與權重，事前評估並預測未來之財務狀況及門市獲利水準，並採取適切的調整措施，當能強化經營成效，因此獲利水準分析及預測模式之發展與應用是值得深入研究的課題。

本文以某美髮公司之 31 家連鎖門市作為實證研究對象，應用 DEA-DA 模式來進行門市 ROI 的判別和預測，以利門市在財務結算前，預判其獲利水準為高或低。模式中以員工約當人數、服務座椅、教育訓練及管銷費用等 3 項做為投入項目，以營業收入做為產出項目，由二群單階法建構之判別方程式的權重顯示，四項因素中有二項因素之權重為負值，顯示這二項投入因素對於 ROI 高低具有負向作用，另二項因素之權重為正值，顯示這二項因素對於 ROI 高低具有正向作用，所得之判別方程式可做為預測各門市未來 ROI 表現之工具。

判別正確率(hit rate)之評估結果顯示，無論使用二群單階、二群二階或四群單階模式，都可得到滿意的結果，其 apparent rate 均高達 80%以上。為了交叉驗證，另使用 LOO 方式評估判別正確率，其結果也達到滿意程度。因此，DEA-DA 對個案門市而言，是良好的應用工具。

### 5-2 建議

- 1.二階模式使用上較單階模式來得複雜，對企業而言，沒必要花費太多時間在計算上，因此使用單階模式較適合。
- 2.由於本研究資料收集為全年度整合，因此只能以整年度方式來作判別，如果能夠收集到季或月的資料作判別，應更具有彈性，能更有效的幫助企業做判斷。
- 3.本研究採用四項因素（三項投入及一項產出）進行判別分析，實務應用時，模式中所包含之因素需切合管理目標，因此應視情境需求彈性選擇之。

4.本研究只針對美髮連鎖門市，未來應可適度修改模式，應用在其它相同性質的產業中（例如連鎖餐飲店、連鎖超商）。

## 參考文獻

### 中文部分

- 王嘉偉(2007)，函數型資料之判別分析，逢甲大學，碩士論文，  
林淑萍，黃邵彥，蔡昆霖(2007)，企業危機預警模式之研究-DEA-DA、邏輯迴歸與類神經網路之應用，會計與公司治理，4卷，頁35-56。  
林淑華(1986)，銀行資產負債管理之研究，中央銀行季刊，中央銀行經濟研究處編印。  
林崇雄(2006)，以資料包絡分析法-來探討一個區域銀行的各分行經營績評鑑之研究，中山大學，碩士論文。  
高強、黃旭男、Sueyoshi, T. (2003)，管理績效評估-資料包絡分析，華泰圖書公司。  
蘇錦暉(2009)，企業危機的形成與預警模式之建立，中山大學碩士論文。

### 英文部分

- Charnes, A., Cooper, W.W., Lewin A.Y. and Seiford, L.M. (1994). *Data envelopment analysis*. Dordrecht: Kluwer.
- Cooper, W.W., Seiford, L.M. and Tone, K. (2000). *Data envelopment analysis*, Boston: Kluwer.
- Eriksson, L., Johansson, E., Muller, M., and Wold, S. (2000). On the selection of the training set in environmental QSAR analysis when compounds are clustered. *Journal of Chemometrics* 14, 599-616.
- Farrell, M.J. (1975). The measurement of productive efficiency. *Journal of the Royal Statistical Society, Series A*, General Vol. 120, Part 3, 253-281.
- Glen, J.J. (2001). Classification accuracy in discriminant analysis: A mixed integer programming approach. *Journal of the Operational Research Society* 52, 328-339.
- Martens, H.A. and Dardenne, P. (1998). Validation and verification of regression in small data sets. *Chemometrics and Intelligent Laboratory Systems* 44, 99-121.
- Retzlaff-Robert, D. (1996). Relating discriminant analysis and DEA to one another. *Computer and Operations Research* 23, 311-322.
- Seiford, L.M. (1996). Data Envelopment Analysis :The Evolution of the State of the Art(1978-1995). *Journal of Productivity Analysis* 7, 99-138.
- Sueyoshi, T. (1999). DEA-discriminant analysis in the view of goal programming. *European Journal of Operational Research* 115, 564-582.

- Sueyoshi, T. (2001). Extended DEA-discriminant analysis. *European Journal of Operational Research* 131, 324–351.
- Sueyoshi, T. (2004). Mixed integer programming approach of extended -discriminant analysis. *European Journal of Operational Research* 152, 45–55.
- Sueyoshi, T. (2005). Financial ratio analysis of the electric power industry. *Asia-Pacific Journal of Operational Research* 22, 349–376.
- Sueyoshi, T. (2006). DEA-discriminant analysis: Methodological comparison among eight discriminant analysis approaches. *European Journal of Operational Research* 169, 247–272.
- Sueyoshi, T. and Goto, M. (2009a). Can R&D expenditure spending avoid corporate bankruptcy? Comparison between Japanese machinery and electric equipment industries using DEA-discriminant analysis. *European Journal of Operational Research* 196, 289–311.
- Sueyoshi, T. and Goto, M. (2009b). Methodological comparison between DEA (data envelopment analysis) and DEA-DA (discriminant analysis) from the perspective of bankruptcy assessment. *European Journal of Operational Research* 199, 561-575.

附錄 1. 混整數規劃模式（提供 apparent hit rate 評估之群單階判別模式）

Model:

$$\text{Min} = y_{23} + y_{15} + y_{31} + y_{12} + y_{20} + y_{19} + y_7 + y_{14} + y_{10} + y_2 + y_{25} + y_1 + y_{21} + y_{29} + \\ y_5 + y_3 + y_9 + y_{22} + y_{16} + y_8 + y_{17} + y_6 + y_{11} + y_{18} + y_{27} + y_{13} + y_{28} + y_{26} + y_4 + y_{30} + y_{24};$$

M=1000;

e=0.0001;

z<sub>11</sub>=26.04518072;

z<sub>12</sub>=26.44578313;

z<sub>13</sub>=14.12048193;

z<sub>14</sub>=14.96686747;

z<sub>15</sub>=24.50301205;

z<sub>16</sub>=5.587349398;

z<sub>17</sub>=19.76506024;

z<sub>18</sub>=12.43072289;

z<sub>19</sub>=8.53313253;

z<sub>110</sub>=24.0753012;

z<sub>111</sub>=17.76204819;

z<sub>112</sub>=27.73192771;

z<sub>113</sub>=20.79518072;

z<sub>114</sub>=22.98192771;

z<sub>115</sub>=24.47590361;

z<sub>116</sub>=13.96686747;

z<sub>117</sub>=15.15361446;

z<sub>118</sub>=16.06024096;

z<sub>119</sub>=25.92168675;

z<sub>120</sub>=28.23493976;

z<sub>121</sub>=29.57228916;

z<sub>122</sub>=24.95481928;

z<sub>123</sub>=26.56475904;

z<sub>124</sub>=13.4186747;

z<sub>125</sub>=17.36746988;

z<sub>126</sub>=13.4186747;

z<sub>127</sub>=24.32228916;

z<sub>128</sub>=17.06325301;

z<sub>129</sub>=18.76506024;

z<sub>130</sub>=23.22590361;

z<sub>131</sub>=36.10542169;

z<sub>21</sub>=17;

z22=11;  
z23=10;  
z24=9;  
z25=12;  
z26=5;  
z27=11;  
z28=11;  
z29=7;  
z210=15;  
z211=10;  
z212=13;  
z213=15;  
z214=11;  
z215=15;  
z216=13;  
z217=13;  
z218=12;  
z219=25;  
z220=26;  
z221=18;  
z222=17;  
z223=17;  
z224=9;  
z225=13;  
z226=11;  
z227=15;  
z228=15;  
z229=10;  
z230=21;  
z231=19;

z31=8418;  
z32=8460;  
z33=6508;  
z34=4144;  
z35=6215;  
z36=2201;  
z37=5969;

z38=5749;  
z39=3565;  
z310=7578;  
z311=5804;  
z312=6669;  
z313=5939;  
z314=6993;  
z315=8375;  
z316=4668;  
z317=4139;  
z318=4403;  
z319=8294;  
z320=8645;  
z321=7865;  
z322=7242;  
z323=8083;  
z324=4032;  
z325=5422;  
z326=4181;  
z327=6776;  
z328=3028;  
z329=6471;  
z330=7754;  
z331=12449;

z41=9800;  
z42=9640;  
z43=7134;  
z44=4014;  
z45=6893;  
z46=2330;  
z47=7394;  
z48=6234;  
z49=4122;  
z410=9129;  
z411=6206;  
z412=8957;  
z413=6029;

```

z414=8168;
z415=10894;
z416=5055;
z417=4612;
z418=4771;
z419=9912;
z420=10914;
z421=9121;
z422=8137;
z423=10034;
z424=3605;
z425=6231;
z426=4154;
z427=7123;
z428=3135;
z429=7340;
z430=7268;
z431=14324;

(Lanp1-1anm1)*z123+(Lanp2-1anm2)*z223+
(Lanp3-1anm3)*z323+(Lanp4-1anm4)*z423-(cp-cm)+M*y23>=0;
(Lanp1-1anm1)*z115+(Lanp2-1anm2)*z215+
(Lanp3-1anm3)*z315+(Lanp4-1anm4)*z415-(cp-cm)+M*y15>=0;
(Lanp1-1anm1)*z131+(Lanp2-1anm2)*z231+
(Lanp3-1anm3)*z331+(Lanp4-1anm4)*z431-(cp-cm)+M*y31>=0;
(Lanp1-1anm1)*z112+(Lanp2-1anm2)*z212+
(Lanp3-1anm3)*z312+(Lanp4-1anm4)*z412-(cp-cm)+M*y12>=0;
(Lanp1-1anm1)*z120+(Lanp2-1anm2)*z220+
(Lanp3-1anm3)*z320+(Lanp4-1anm4)*z420-(cp-cm)+M*y20>=0;
(Lanp1-1anm1)*z119+(Lanp2-1anm2)*z219+
(Lanp3-1anm3)*z319+(Lanp4-1anm4)*z419-(cp-cm)+M*y19>=0;
(Lanp1-1anm1)*z17+(Lanp2-1anm2)*z27+
(Lanp3-1anm3)*z37+(Lanp4-1anm4)*z47-(cp-cm)+M*y7>=0;
(Lanp1-1anm1)*z114+(Lanp2-1anm2)*z214+
(Lanp3-1anm3)*z314+(Lanp4-1anm4)*z414-(cp-cm)+M*y14>=0;
(Lanp1-1anm1)*z110+(Lanp2-1anm2)*z210+
(Lanp3-1anm3)*z310+(Lanp4-1anm4)*z410-(cp-cm)+M*y10>=0;
(Lanp1-1anm1)*z12+(Lanp2-1anm2)*z22+

```

$$\begin{aligned}
& (\text{Lanp3-1anm3}) * z32 + (\text{Lanp4-1anm4}) * z42 - (\text{cp-cm}) + M * y2 >= 0; \\
& (\text{Lanp1-1anm1}) * z125 + (\text{Lanp2-1anm2}) * z225 + \\
& (\text{Lanp3-1anm3}) * z325 + (\text{Lanp4-1anm4}) * z425 - (\text{cp-cm}) + M * y25 >= 0; \\
& (\text{Lanp1-1anm1}) * z11 + (\text{Lanp2-1anm2}) * z21 + \\
& (\text{Lanp3-1anm3}) * z31 + (\text{Lanp4-1anm4}) * z41 - (\text{cp-cm}) + M * y1 >= 0; \\
& (\text{Lanp1-1anm1}) * z121 + (\text{Lanp2-1anm2}) * z221 + \\
& (\text{Lanp3-1anm3}) * z321 + (\text{Lanp4-1anm4}) * z421 - (\text{cp-cm}) + M * y21 >= 0; \\
& (\text{Lanp1-1anm1}) * z129 + (\text{Lanp2-1anm2}) * z229 + \\
& (\text{Lanp3-1anm3}) * z329 + (\text{Lanp4-1anm4}) * z429 - (\text{cp-cm}) + M * y29 >= 0; \\
& (\text{Lanp1-1anm1}) * z15 + (\text{Lanp2-1anm2}) * z25 + \\
& (\text{Lanp3-1anm3}) * z35 + (\text{Lanp4-1anm4}) * z45 - (\text{cp-cm}) + M * y5 >= 0; \\
& (\text{Lanp1-1anm1}) * z13 + (\text{Lanp2-1anm2}) * z23 + \\
& (\text{Lanp3-1anm3}) * z33 + (\text{Lanp4-1anm4}) * z43 - (\text{cp-cm}) + M * y3 >= 0; \\
& (\text{Lanp1-1anm1}) * z19 + (\text{Lanp2-1anm2}) * z29 + \\
& (\text{Lanp3-1anm3}) * z39 + (\text{Lanp4-1anm4}) * z49 - (\text{cp-cm}) + M * y9 >= 0; \\
& (\text{Lanp1-1anm1}) * z122 + (\text{Lanp2-1anm2}) * z222 + \\
& (\text{Lanp3-1anm3}) * z322 + (\text{Lanp4-1anm4}) * z422 - (\text{cp-cm}) + M * y22 >= 0; \\
& (\text{Lanp1-1anm1}) * z116 + (\text{Lanp2-1anm2}) * z216 + \\
& (\text{Lanp3-1anm3}) * z316 + (\text{Lanp4-1anm4}) * z416 - (\text{cp-cm}) + M * y16 >= 0; \\
& (\text{Lanp1-1anm1}) * z18 + (\text{Lanp2-1anm2}) * z28 + \\
& (\text{Lanp3-1anm3}) * z38 + (\text{Lanp4-1anm4}) * z48 - (\text{cp-cm}) + M * y8 >= 0; \\
& (\text{Lanp1-1anm1}) * z117 + (\text{Lanp2-1anm2}) * z217 + \\
& (\text{Lanp3-1anm3}) * z317 + (\text{Lanp4-1anm4}) * z417 - (\text{cp-cm}) + M * y17 >= 0; \\
& (\text{Lanp1-1anm1}) * z16 + (\text{Lanp2-1anm2}) * z26 + \\
& (\text{Lanp3-1anm3}) * z36 + (\text{Lanp4-1anm4}) * z46 - (\text{cp-cm}) + M * y6 >= 0; \\
& (\text{Lanp1-1anm1}) * z127 + (\text{Lanp2-1anm2}) * z227 + \\
& (\text{Lanp3-1anm3}) * z327 + (\text{Lanp4-1anm4}) * z427 - (\text{cp-cm}) + M * y27 >= 0; \\
& (\text{Lanp1-1anm1}) * z118 + (\text{Lanp2-1anm2}) * z218 + \\
& (\text{Lanp3-1anm3}) * z318 + (\text{Lanp4-1anm4}) * z418 - (\text{cp-cm}) - M * y18 <= -e; \\
& (\text{Lanp1-1anm1}) * z111 + (\text{Lanp2-1anm2}) * z211 + \\
& (\text{Lanp3-1anm3}) * z311 + (\text{Lanp4-1anm4}) * z411 - (\text{cp-cm}) - M * y11 <= -e; \\
& (\text{Lanp1-1anm1}) * z113 + (\text{Lanp2-1anm2}) * z213 + \\
& (\text{Lanp3-1anm3}) * z313 + (\text{Lanp4-1anm4}) * z413 - (\text{cp-cm}) - M * y13 <= -e; \\
& (\text{Lanp1-1anm1}) * z128 + (\text{Lanp2-1anm2}) * z228 + \\
& (\text{Lanp3-1anm3}) * z328 + (\text{Lanp4-1anm4}) * z428 - (\text{cp-cm}) - M * y28 <= -e; \\
& (\text{Lanp1-1anm1}) * z126 + (\text{Lanp2-1anm2}) * z226 + \\
& (\text{Lanp3-1anm3}) * z326 + (\text{Lanp4-1anm4}) * z426 - (\text{cp-cm}) - M * y26 <= -e;
\end{aligned}$$

```

(Lanp1-1anm1)*z14+(Lanp2-1anm2)*z24+
(Lanp3-1anm3)*z34+(Lanp4-1anm4)*z44-(cp-cm)-M*y4<= -e;
(Lanp1-1anm1)*z130+(Lanp2-1anm2)*z230+
(Lanp3-1anm3)*z330+(Lanp4-1anm4)*z430-(cp-cm)-M*y30<= -e;
(Lanp1-1anm1)*z124+(Lanp2-1anm2)*z224+
(Lanp3-1anm3)*z324+(Lanp4-1anm4)*z424-(cp-cm)-M*y24<= -e;

(Lanp1+1anm1)+ (Lanp2+1anm2)+(Lanp3+1anm3)+(Lanp4+1anm4)=1;
Lanp1>=e*qp1; Lanp1<=qp1; Lanm1>=e*qm1; Lanm1<=qm1;
Lanp2>=e*qp2; Lanp2<=qp2; Lanm2>=e*qm2; Lanm2<=qm2;
Lanp3>=e*qp3; Lanp3<=qp3; Lanm3>=e*qm3; Lanm3<=qm3;
Lanp4>=e*qp4; Lanp4<=qp4; Lanm4>=e*qm4; Lanm4<=qm4;

qp1+qm1<=1;
qp2+qm2<=1;
qp3+qm3<=1;
qp4+qm4<=1;
(qp1+qm1)+ (qp2+qm2)+ (qp3+qm3)+ (qp4+qm4)=4;

@bin(y1); @bin(y2); @bin(y3); @bin(y4); @bin(y5); @bin(y6); @bin(y7);
@bin(y8); @bin(y9); @bin(y10); @bin(y11); @bin(y12); @bin(y13);
@bin(y14); @bin(y15); @bin(y16); @bin(y17); @bin(y18); @bin(y19);
@bin(y20); @bin(y21); @bin(y22); @bin(y23); @bin(y24); @bin(y25);
@bin(y26);
@bin(y27); @bin(y28); @bin(y29); @bin(y30); @bin(y31);
@bin(qp1); @bin(qp2); @bin(qp3); @bin(qp4);
@bin(qm1); @bin(qm2); @bin(qm3); @bin(qm4);

```

End

## 附錄 2. 混整數規劃模式（提供 apparent hit rate 評估之四群單階判別模式）

Model:

```
Min= y23+y15+y31+y12+y20+y19+y7+y14+y10+y2+y25+y1+y21+y29+
      y5+y3+y9+y22+y16+y8+y17+y6+y11+y18+y27+y13+y28+y26+y4+y30+y24;
M=1000;
e=0.0001;
z11=26.04518072;
z12=26.44578313;
z13=14.12048193;
z14=14.96686747;
z15=24.50301205;
z16=5.587349398;
z17=19.76506024;
z18=12.43072289;
z19=8.53313253;
z110=24.0753012;
z111=17.76204819;
z112=27.73192771;
z113=20.79518072;
z114=22.98192771;
z115=24.47590361;
z116=13.96686747;
z117=15.15361446;
z118=16.06024096;
z119=25.92168675;
z120=28.23493976;
z121=29.57228916;
z122=24.95481928;
z123=26.56475904;
z124=13.4186747;
z125=17.36746988;
z126=13.4186747;
z127=24.32228916;
z128=17.06325301;
z129=18.76506024;
z130=23.22590361;
z131=36.10542169;
```

z21=17;  
z22=11;  
z23=10;  
z24=9;  
z25=12;  
z26=5;  
z27=11;  
z28=11;  
z29=7;  
z210=15;  
z211=10;  
z212=13;  
z213=15;  
z214=11;  
z215=15;  
z216=13;  
z217=13;  
z218=12;  
z219=25;  
z220=26;  
z221=18;  
z222=17;  
z223=17;  
z224=9;  
z225=13;  
z226=11;  
z227=15;  
z228=15;  
z229=10;  
z230=21;  
z231=19;

z31=8418;  
z32=8460;  
z33=6508;  
z34=4144;  
z35=6215;  
z36=2201;

z37=5969;  
z38=5749;  
z39=3565;  
z310=7578;  
z311=5804;  
z312=6669;  
z313=5939;  
z314=6993;  
z315=8375;  
z316=4668;  
z317=4139;  
z318=4403;  
z319=8294;  
z320=8645;  
z321=7865;  
z322=7242;  
z323=8083;  
z324=4032;  
z325=5422;  
z326=4181;  
z327=6776;  
z328=3028;  
z329=6471;  
z330=7754;  
z331=12449;

z41=9800;  
z42=9640;  
z43=7134;  
z44=4014;  
z45=6893;  
z46=2330;  
z47=7394;  
z48=6234;  
z49=4122;  
z410=9129;  
z411=6206;  
z412=8957;

```

z413=6029;
z414=8168;
z415=10894;
z416=5055;
z417=4612;
z418=4771;
z419=9912;
z420=10914;
z421=9121;
z422=8137;
z423=10034;
z424=3605;
z425=6231;
z426=4154;
z427=7123;
z428=3135;
z429=7340;
z430=7268;
z431=14324;

```

$$\begin{aligned}
& (\text{Lanp1-1anm1}) * z123 + (\text{Lanp2-1anm2}) * z223 + \\
& (\text{Lanp3-1anm3}) * z323 + (\text{Lanp4-1anm4}) * z423 - (\text{c1p-c1m}) + M * y23 \geq 0; \\
& (\text{Lanp1-1anm1}) * z115 + (\text{Lanp2-1anm2}) * z215 + \\
& (\text{Lanp3-1anm3}) * z315 + (\text{Lanp4-1anm4}) * z415 - (\text{c1p-c1m}) + M * y15 \geq 0; \\
& (\text{Lanp1-1anm1}) * z131 + (\text{Lanp2-1anm2}) * z231 + \\
& (\text{Lanp3-1anm3}) * z331 + (\text{Lanp4-1anm4}) * z431 - (\text{c1p-c1m}) + M * y31 \geq 0; \\
& (\text{Lanp1-1anm1}) * z112 + (\text{Lanp2-1anm2}) * z212 + \\
& (\text{Lanp3-1anm3}) * z312 + (\text{Lanp4-1anm4}) * z412 - (\text{c1p-c1m}) + M * y12 \geq 0; \\
& (\text{Lanp1-1anm1}) * z120 + (\text{Lanp2-1anm2}) * z220 + \\
& (\text{Lanp3-1anm3}) * z320 + (\text{Lanp4-1anm4}) * z420 - (\text{c1p-c1m}) + M * y20 \geq 0; \\
& (\text{Lanp1-1anm1}) * z119 + (\text{Lanp2-1anm2}) * z219 + \\
& (\text{Lanp3-1anm3}) * z319 + (\text{Lanp4-1anm4}) * z419 - (\text{c1p-c1m}) + M * y19 \geq 0; \\
& (\text{Lanp1-1anm1}) * z17 + (\text{Lanp2-1anm2}) * z27 + \\
& (\text{Lanp3-1anm3}) * z37 + (\text{Lanp4-1anm4}) * z47 - (\text{c1p-c1m}) + M * y7 \geq 0; \\
\\
& (\text{Lanp1-1anm1}) * z114 + (\text{Lanp2-1anm2}) * z214 + \\
& (\text{Lanp3-1anm3}) * z314 + (\text{Lanp4-1anm4}) * z414 - (\text{c1p-c1m}) - M * y14 \leq -e; \\
& (\text{Lanp1-1anm1}) * z110 + (\text{Lanp2-1anm2}) * z210 +
\end{aligned}$$

$(Lanp3-1anm3)*z310+(Lanp4-1anm4)*z410-(c1p-c1m)-M*y10<=0;$   
 $(Lanp1-1anm1)*z12+(Lanp2-1anm2)*z22+$   
 $(Lanp3-1anm3)*z32+(Lanp4-1anm4)*z42-(c1p-c1m)-M*y2<=0;$   
 $(Lanp1-1anm1)*z125+(Lanp2-1anm2)*z225+$   
 $(Lanp3-1anm3)*z325+(Lanp4-1anm4)*z425-(c1p-c1m)-M*y25<=0;$   
 $(Lanp1-1anm1)*z11+(Lanp2-1anm2)*z21+$   
 $(Lanp3-1anm3)*z31+(Lanp4-1anm4)*z41-(c1p-c1m)-M*y1<=0;$   
 $(Lanp1-1anm1)*z121+(Lanp2-1anm2)*z221+$   
 $(Lanp3-1anm3)*z321+(Lanp4-1anm4)*z421-(c1p-c1m)-M*y21<=0;$   
 $(Lanp1-1anm1)*z129+(Lanp2-1anm2)*z229+$   
 $(Lanp3-1anm3)*z329+(Lanp4-1anm4)*z429-(c1p-c1m)-M*y29<=0;$   
 $(Lanp1-1anm1)*z15+(Lanp2-1anm2)*z25+$   
 $(Lanp3-1anm3)*z35+(Lanp4-1anm4)*z45-(c1p-c1m)-M*y5<=0;$   
  
 $(Lanp1-1anm1)*z114+(Lanp2-1anm2)*z214+$   
 $(Lanp3-1anm3)*z314+(Lanp4-1anm4)*z414-(c2p-c2m)+M*y14>=0;$   
 $(Lanp1-1anm1)*z110+(Lanp2-1anm2)*z210+$   
 $(Lanp3-1anm3)*z310+(Lanp4-1anm4)*z410-(c2p-c2m)+M*y10>=0;$   
 $(Lanp1-1anm1)*z12+(Lanp2-1anm2)*z22+$   
 $(Lanp3-1anm3)*z32+(Lanp4-1anm4)*z42-(c2p-c2m)+M*y2>=0;$   
 $(Lanp1-1anm1)*z125+(Lanp2-1anm2)*z225+$   
 $(Lanp3-1anm3)*z325+(Lanp4-1anm4)*z425-(c2p-c2m)+M*y25>=0;$   
 $(Lanp1-1anm1)*z11+(Lanp2-1anm2)*z21+$   
 $(Lanp3-1anm3)*z31+(Lanp4-1anm4)*z41-(c2p-c2m)+M*y1>=0;$   
 $(Lanp1-1anm1)*z121+(Lanp2-1anm2)*z221+$   
 $(Lanp3-1anm3)*z321+(Lanp4-1anm4)*z421-(c2p-c2m)+M*y21>=0;$   
 $(Lanp1-1anm1)*z129+(Lanp2-1anm2)*z229+$   
 $(Lanp3-1anm3)*z329+(Lanp4-1anm4)*z429-(c2p-c2m)+M*y29>=0;$   
 $(Lanp1-1anm1)*z15+(Lanp2-1anm2)*z25+$   
 $(Lanp3-1anm3)*z35+(Lanp4-1anm4)*z45-(c2p-c2m)+M*y5>=0;$   
  
 $(Lanp1-1anm1)*z13+(Lanp2-1anm2)*z23+$   
 $(Lanp3-1anm3)*z33+(Lanp4-1anm4)*z43-(c2p-c2m)-M*y3<=0;$   
 $(Lanp1-1anm1)*z19+(Lanp2-1anm2)*z29+$   
 $(Lanp3-1anm3)*z39+(Lanp4-1anm4)*z49-(c2p-c2m)-M*y9<=0;$   
 $(Lanp1-1anm1)*z122+(Lanp2-1anm2)*z222+$   
 $(Lanp3-1anm3)*z322+(Lanp4-1anm4)*z422-(c2p-c2m)-M*y22<=0;$   
 $(Lanp1-1anm1)*z116+(Lanp2-1anm2)*z216+$

$(Lanp3-1anm3)*z316+(Lanp4-1anm4)*z416-(c2p-c2m)-M*y16<= -e;$   
 $(Lanp1-1anm1)*z18+(Lanp2-1anm2)*z28+$   
 $(Lanp3-1anm3)*z38+(Lanp4-1anm4)*z48-(c2p-c2m)-M*y8<= -e;$   
 $(Lanp1-1anm1)*z117+(Lanp2-1anm2)*z217+$   
 $(Lanp3-1anm3)*z317+(Lanp4-1anm4)*z417-(c2p-c2m)-M*y17<= -e;$   
 $(Lanp1-1anm1)*z16+(Lanp2-1anm2)*z26+$   
 $(Lanp3-1anm3)*z36+(Lanp4-1anm4)*z46-(c2p-c2m)-M*y6<= -e;$   
 $(Lanp1-1anm1)*z127+(Lanp2-1anm2)*z227+$   
 $(Lanp3-1anm3)*z327+(Lanp4-1anm4)*z427-(c2p-c2m)-M*y27<= -e;$   
  
 $(Lanp1-1anm1)*z13+(Lanp2-1anm2)*z23+$   
 $(Lanp3-1anm3)*z33+(Lanp4-1anm4)*z43-(c3p-c3m)+M*y3>=0;$   
 $(Lanp1-1anm1)*z19+(Lanp2-1anm2)*z29+$   
 $(Lanp3-1anm3)*z39+(Lanp4-1anm4)*z49-(c3p-c3m)+M*y9>=0;$   
 $(Lanp1-1anm1)*z122+(Lanp2-1anm2)*z222+$   
 $(Lanp3-1anm3)*z322+(Lanp4-1anm4)*z422-(c3p-c3m)+M*y22>=0;$   
 $(Lanp1-1anm1)*z116+(Lanp2-1anm2)*z216+$   
 $(Lanp3-1anm3)*z316+(Lanp4-1anm4)*z416-(c3p-c3m)+M*y16>=0;$   
 $(Lanp1-1anm1)*z18+(Lanp2-1anm2)*z28+$   
 $(Lanp3-1anm3)*z38+(Lanp4-1anm4)*z48-(c3p-c3m)+M*y8>=0;$   
 $(Lanp1-1anm1)*z117+(Lanp2-1anm2)*z217+$   
 $(Lanp3-1anm3)*z317+(Lanp4-1anm4)*z417-(c3p-c3m)+M*y17>=0;$   
 $(Lanp1-1anm1)*z16+(Lanp2-1anm2)*z26+$   
 $(Lanp3-1anm3)*z36+(Lanp4-1anm4)*z46-(c3p-c3m)+M*y6>=0;$   
 $(Lanp1-1anm1)*z127+(Lanp2-1anm2)*z227+$   
 $(Lanp3-1anm3)*z327+(Lanp4-1anm4)*z427-(c3p-c3m)+M*y27>=0;$   
  
 $(Lanp1-1anm1)*z118+(Lanp2-1anm2)*z218+$   
 $(Lanp3-1anm3)*z318+(Lanp4-1anm4)*z418-(c3p-c3m)-M*y18<= -e;$   
 $(Lanp1-1anm1)*z111+(Lanp2-1anm2)*z211+$   
 $(Lanp3-1anm3)*z311+(Lanp4-1anm4)*z411-(c3p-c3m)-M*y11<= -e;$   
 $(Lanp1-1anm1)*z113+(Lanp2-1anm2)*z213+$   
 $(Lanp3-1anm3)*z313+(Lanp4-1anm4)*z413-(c3p-c3m)-M*y13<= -e;$   
 $(Lanp1-1anm1)*z128+(Lanp2-1anm2)*z228+$   
 $(Lanp3-1anm3)*z328+(Lanp4-1anm4)*z428-(c3p-c3m)-M*y28<= -e;$   
 $(Lanp1-1anm1)*z126+(Lanp2-1anm2)*z226+$   
 $(Lanp3-1anm3)*z326+(Lanp4-1anm4)*z426-(c3p-c3m)-M*y26<= -e;$

```

(Lanp1-1anm1)*z14+(Lanp2-1anm2)*z24+
(Lanp3-1anm3)*z34+(Lanp4-1anm4)*z44-(c3p-c3m)-M*y4<=-e;
(Lanp1-1anm1)*z130+(Lanp2-1anm2)*z230+
(Lanp3-1anm3)*z330+(Lanp4-1anm4)*z430-(c3p-c3m)-M*y30<=-e;
(Lanp1-1anm1)*z124+(Lanp2-1anm2)*z224+
(Lanp3-1anm3)*z324+(Lanp4-1anm4)*z424-(c3p-c3m)-M*y24<=-e;

(Lanp1+1anm1)+(Lanp2+1anm2)+(Lanp3+1anm3)+(Lanp4+1anm4)=1;
Lanp1>=e*qp1; Lanp1<=qp1; Lanm1>=e*qm1; Lanm1<=qm1;
Lanp2>=e*qp2; Lanp2<=qp2; Lanm2>=e*qm2; Lanm2<=qm2;
Lanp3>=e*qp3; Lanp3<=qp3; Lanm3>=e*qm3; Lanm3<=qm3;
Lanp4>=e*qp4; Lanp4<=qp4; Lanm4>=e*qm4; Lanm4<=qm4;

qp1+qm1<=1;
qp2+qm2<=1;
qp3+qm3<=1;
qp4+qm4<=1;

(qp1+qm1)+(qp2+qm2)+(qp3+qm3)+(qp4+qm4)=4;
@bin(y1); @bin(y2); @bin(y3); @bin(y4); @bin(y5); @bin(y6); @bin(y7);
@bin(y8); @bin(y9); @bin(y10); @bin(y11); @bin(y12); @bin(y13);
@bin(y14); @bin(y15); @bin(y16); @bin(y17); @bin(y18); @bin(y19);
@bin(y20); @bin(y21); @bin(y22); @bin(y23); @bin(y24); @bin(y25);
@bin(y26);
@bin(y27); @bin(y28); @bin(y29); @bin(y30); @bin(y31);
@bin(qp1); @bin(qp2); @bin(qp3); @bin(qp4);
@bin(qm1); @bin(qm2); @bin(qm3); @bin(qm4);

```

End