

國立勤益技術學院九十五學年度研究所一般招生筆試試題卷
所別：冷凍空調與能源科技研究所 組別：低溫冷凍組、空調節能組
科目：工程數學

准考證號碼：□□□□□□□□ (考生自填)

考生注意事項：

一、考試時間 100 分鐘。

二、應考人攜帶之電子計算器，以具有 $+$ 、 $-$ 、 \times 、 \div 、 $\%$ 、 $\sqrt{\quad}$ 、M、三角函數、對數、指數等功能（不具備存程式功能 Non-programmable）者為限。

三、是否使用電子計算器，試題作答均須詳列解答過程。

試題一：〈 20 分〉

Solve the following ordinary differential equations:

(1) $x^2 y' + xy = 2x^2 + 1$. (10%)

(2) $y'' + 3y' + 2y = x + e^x$ (10%)

試題二：〈 20 分〉

$$\text{Let } f(x) = \begin{cases} 0, & -\pi < x < 0 \\ \sin x, & 0 < x < \pi \end{cases}$$

(1) Find the Fourier series of $f(x)$ on $[-\pi, \pi]$. (15%)

(2) Using (1) find $\frac{1}{1 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 5} + \frac{1}{5 \cdot 7} + \dots = ?$ (5%)

試題三：〈 20 分〉

(1) $\mathcal{L}\left(\int_0^t \frac{\sin t}{t} dt\right)$ (10%)

(2) $\mathcal{L}^{-1}\left(\ln \frac{1}{s^2(s+1)}\right)$. (10%)

試題四：〈 20 分〉

Let $f(x, y, z) = xz \sin y$.

(1) Find the gradient $\nabla f(x, y, z)$. (7 %)

(2) Find the directional derivative of f at point P in the direction of \vec{a} , where

$$P: \left(1, \frac{\pi}{2}, 2\right), \quad \vec{a} = \vec{i} + 2\vec{j} + 2\vec{k}. \quad (7 \%)$$

(3) Find the divergence of $\nabla f(x, y, z)$. (6 %)

試題五：〈 20 分〉

(1) Suppose $A = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$, find the eigenvalues and the corresponding eigenvectors of A . (10%)

(2) What is $A^{1/2}$? (10%)