國 立 勤 益 科 技 大 學

工 業 工 程 與 管 理 系 碩 士 班

碩 士 論 文

應用存貨買回策略增進製造商—零售商整體利潤之研究

研究生：陳紳豪

指導教授：李鴻濤

中華民國 九十九 年 六 月

應用存貨買回策略增進製造商—零售商整體利潤之研究

A study of applying the buy-back policy to improve overall profit of manufacturer and retailer

研究生：陳紳豪

指導教授：李鴻濤

國立勤益科技大學
工業工程與管理系碩士班

碩士論文

A Thesis
Submitted to
Institute of Industrial Engineering & Management
National Chin-Yi University of Technology
in Partial Fulfillment of the Requirements
for the Degree of
Master of Engineering

June 2010
Taiping, Taichung, Taiwan, Republic of China

中華民國 九十九 年 六 月

應用存貨買回策略增進製造商—零售商整體利潤之研究

學生：陳紳豪　　　　　　　　指導教授：李鴻濤

國立勤益科技大學工業工程與管理系碩士班

摘 要

本研究主要在探討供應鏈中製造商與零售商間的存貨風險分攤策略。由於市場需求的不確定性，使得零售商必須面對因需求預測誤差所導致存貨過剩或短缺的問題，這些問題的發生將導致零售商必須承受利潤或商譽上的損失。然而，零售商通常會為了降低存貨風險而傾向於採取較為保守的進貨策略，因此極有可能造成實際銷售量未達市場的最大需求量而喪失潛在的銷售機會，這對製造商而言亦將失去部分的潛在商機。因此本研究將探討如何應用買回策略來作為製造商與零售商之間的存貨風險分攤契約，即製造商將承諾買回部分未售出的商品以激勵零售商能增加其訂購數量，藉此增進雙方或整體之利潤。首先，本研究針對製造商與零售商在履行買回策略之情況下，建構雙方的利潤收益模式。當在已知或特定的需求分配下，可藉由此模式來模擬分析出在各種參數設定的組合下，對於製造商與零售商各自或整體利潤的最佳買回策略，最後再以數值範例來闡述求解結果與參數分析並探討買回策略之應用。

關鍵字：供應鏈、買回策略、存貨風險分攤。

A study of applying the buy-back policy to improve overall profit of manufacturer and retailer

Student：Shen- Hao Chen Advisors：Dr. Hong-Tau Lee

Institute of Industrial Engineering & Management
National Chin-Yi Institute of Technology

ABSTRACT

How to make a contract considering inventory risk sharing in a one manufacturer and one retailer supply chain is addressed in this study. Retailers have to face the over stock or shortage of inventory because of customer demand usually is uncertain. To avoid the possible loss of over stock, conservative policy for inventory is adopted for most of retailers. This may cause sale loss as the inventory can not match the market demand.

In this research, a profit model considering the buy back policy of manufacturer is constructed. This model can be employed for analyzing the variance of profit of retailer, manufacturer or both under different parameters setting and demand functions. An optimal buy back policy may be identified after the analysis.

Keywords: *Supply chain*, *Buy back policy*, *Risk sharing.*

誌 謝

在此極為感恩父母親的支持與栽培，以及感謝指導教授李鴻濤老師至始至今悉心地指導論文之撰寫與課業上的學識傳授並關心學生的生活點滴，也要感謝同學之間的相互鼓勵與指教，致使學生能於求學期間順利完成學業。

陳紳豪 謹致於

國立勤益科技大學工業工程與管理系碩士班

民國九十九年六月

目 錄

摘 要 i

ABSTRACT ii

誌 謝 iii

目 錄 iv

表目錄 vi

圖目錄 vii

一、緒 論 1

1.1 研究背景與動機 1

1.2 研究目的 2

1.3 研究範圍 3

1.4 研究架構 4

二、文獻探討 6

2.1 存貨風險分攤 6

2.2 買回策略 7

2.3 彈性訂購量與營收分享 8

三、模式建立 9

四、數值範例與參數分析 15

4.1 問題描述與參數設定 15

4.2 需求為均勻分配之求解 16

4.2.1 買回條件[a、b]已知的情況下，進行模式求解 16

4.2.2 買回條件[a、b]未知的情況下，求解整體的最佳買回策略 17

4.2.3 買回策略之決策分析 18

4.2.4 參數(k、c、p)分析 23

4.2.5 均勻分配－最佳參數值之決策 30

4.3 需求為指數分配之求解 32

4.3.1 買回條件[a、b]已知的情況下，進行模式求解 32

4.3.2 買回條件[a、b]未知的情況下，求解整體的最佳買回策略 33

4.3.3 買回策略之決策分析 34

4.3.4 參數(k、c、p)分析 36

4.3.5 指數分配－最佳參數值之決策 44

五、結論與建議 46

參考文獻 47

表目錄

表 1 均勻分配－整體利潤極大值(TP^*)之最佳解組合 18

表 2 均勻分配－全數買回($a = q$，變動 b)的求解結果 19

表 3 均勻分配－a、b 值固定下，變動 q 值之求解結果 22

表 4 均勻分配－參數 k 之求解分析 24

表 5 均勻分配－參數 c 之求解分析 26

表 6 均勻分配－參數 p 之求解分析 28

表 7 均勻分配－最佳參數組合解 31

表 8 指數分配－整體利潤極大值(TP^*)之最佳解組合 34

表 9 指數分配－全數買回($a = q$，變動 b)的求解結果 35

表 10 指數分配－參數 k 之求解分析 37

表 11 指數分配－參數 c 之求解分析 39

表 12 指數分配－參數 p 之求解分析 41

表 13 指數分配－最佳參數組合解 45

圖目錄

圖 1 研究流程圖 5

圖 2 買回策略－分析流程圖 13

圖 3 均勻分配－利潤趨勢圖($a = q$，變動 b) 20

圖 4 均勻分配－利潤趨勢圖(a、b 固定，變動 q)........................ 22

圖 5 均勻分配－參數 k 對所得利潤之影響效應 25

圖 6 均勻分配－參數 c 對 q^* 之影響趨勢............................... 26

圖 7 均勻分配－參數 c 對所得利潤之影響效應 27

圖 8 均勻分配－參數 p 對 q^* 之影響趨勢............................... 29

圖 9 均勻分配－參數 p 對所得利潤之影響效應 29

圖 10 指數分配－利潤趨勢圖($a = q$，變動 b) 35

圖 11 指數分配－參數 k 對所得利潤之影響效應 37

圖 12 指數分配－參數 c 對 q^* 之影響趨勢.............................. 40

圖 13 指數分配－參數 c 對所得利潤之影響效應 40

圖 14 指數分配－參數 p 對 q^* 之影響趨勢.............................. 42

圖 15 指數分配－參數 p 對所得利潤之影響效應 43

一、緒 論

1.1 研究背景與動機

本研究乃針對單期性商品於特定的需求分配下，探討單一製造商與零售商之間的存貨風險分攤契約，以藉由買回策略來增進雙方或整體之利潤。在實際的銷售環境中由於市場需求的不確定性，以致於零售商只能依需求預測來預估顧客對產品的需求量，但在受限於需求預測誤差與存貨成本的壓力下，零售商大多採取較為保守的進貨策略，以避免發生存貨過剩的問題。然而在零售商趨於保守的進貨策略下，可能會發生實際銷售量並未達市場的最大需求上限，也就是說零售商可能因低估市場需求量而喪失一些潛在的銷售機會，亦有可能因缺貨而造成商譽上的損失，且這對製造商而言亦會失去部分的利潤收益。

因此本研究將藉由買回策略來解決存貨風險的問題。所謂的買回策略，即製造商依所約定的買回數量與價格，將零售商於銷售期結束後所剩餘的部份存貨買回以分攤存貨過剩所引發的成本。對於存貨風險分攤之買回策略可以三方面來加以探討：

1.製造商之觀點：

製造商希望能透過買回策略來刺激零售商的訂貨數量以增加利潤的收益，但卻也會因此而造成買回費用的支出。因此，製造商基於損益之考量而必須限制買回存貨的數量比例與價格，亦即製造商須衡量所得利潤之損益點，以訂定出合適的買回策略。

2.零售商之觀點：

零售商向製造商批發產品且直接銷售給顧客，因此過剩或逾期的產品將使零售商產生存貨成本的費用。反之，零售商卻也不希望因產品缺貨而喪失潛在的銷售機會與缺貨所造成的商譽損失。因此，採用買回策略可爲零售商來分攤部分的存貨風險與減少缺貨現象的發生。

3.整體之觀點：

在供銷系統中的製造商與零售商都希望能透過產品的銷售來獲得最大的利潤，因此製造商希望能藉由買回策略來共同分攤存貨風險，以激勵零售商增加產品進貨量來創造更多的銷售商機。但在履行買回策略的情況下，雙方之所得利益間存在著相對變動的關係，也就是說製造商所訂定的買回條件將影響著零售商的訂貨決策。因此買回策略應以雙方合作下的整體利益作爲考量，然後再探討如何制定出彼此互惠的買回策略,並分析各相關參數之設定對於整體結果的影響效應。

1.2 研究目的

對於供應鏈系統而言，其透過垂直整合使組織內的上下游廠商能達到協同運作的效用且最終的目標乃是共同創造整體之最大化利潤，並使各組織間維持良好的合作關係。在傳統的供銷系統中，製造商生產產品並交由零售商銷售給顧客，因此零售商必須獨自面對因需求不確定所帶來的存貨風險問題。然而，爲了解決存貨風險問題，本研究提出買回策略作爲製造商與零售商之間存貨風險分攤的契約，希望藉此達到增進雙方或整體利潤之目的。在此，本研究建立製造商與零售商於買回策略下的利潤收益模式，並藉由此模式來分析買回策略對於供銷系統之雙方或整體利潤的影響效益。本研究目的主要探討的相關議題如下：

1.如何建構買回策略之模式架構、限制環境與相關參數之設定。

2.探討各參數對於製造商與零售商之間所得利益的相關性與影響效應。

3.模擬在特定的需求分配及不同參數組合設定下，制定出最佳的買回策略以增進雙方之利潤或達到整體利潤最大化之目的。

1.3 研究範圍

本研究主要探討需求不確定下，如何應用存貨買回策略於單期性商品的供銷契約中，以增進製造商與零售商所得之利潤。此外，並概略探討如何應用存貨風險分攤的觀念來解決因需求不確定所造成供應鏈之存貨問題的相關文獻。於本研究架構中乃假設爲單一製造商與零售商的二階層供應鏈系統，由製造商生產商品後交由零售商直接銷售給顧客，且在銷售期結束後所未能售出的商品即由製造商依所承諾之契約進行部份買回,而零售商所剩餘之存貨不得延用於下一期來銷售。

由於市場需求的不確定性，因此本研究架構須分別假設需求符合均勻分配及指數分配以進行模式之求解與參數分析，經由此模式的求解分析結果可作爲製造商與零售商面對存貨風險分攤契約下的決策參考依據，以期達到增進雙方所得利潤之效益。

1.4 研究架構

本研究之流程架構如圖 1 所示，文中各章節之內容概述如下：

第一章、緒論

敘述內容涵括研究背景與動機、研究目的、研究範圍及研究架構。

第二章、文獻探討

探討本研究之相關文獻，涵括的議題有：存貨風險分攤、買回策略、彈性訂購量與營收分享。

第三章、模式建立

本章節建立製造商與零售商於買回策略下的利潤收益模式，並針對需求爲均勻分配與指數分配的情況下，求解零售商的最佳訂購量模式與雙方所得之利潤，最後簡述整個求解最佳買回策略的執行步驟。

第四章、數值範例與參數分析

本章節經由假設之範例分別針對需求爲均勻分配及指數分配的情況下進行模式之求解並探討買回策略之特性與參數分析，最後藉由 Lingo 軟體來求得最佳的買回策略及參數組合,以作爲製造商與零售商之決策參考。

第五章、結論與建議

針對本研究結果提出應用買回策略所得之效益與未來研究的建議事項。

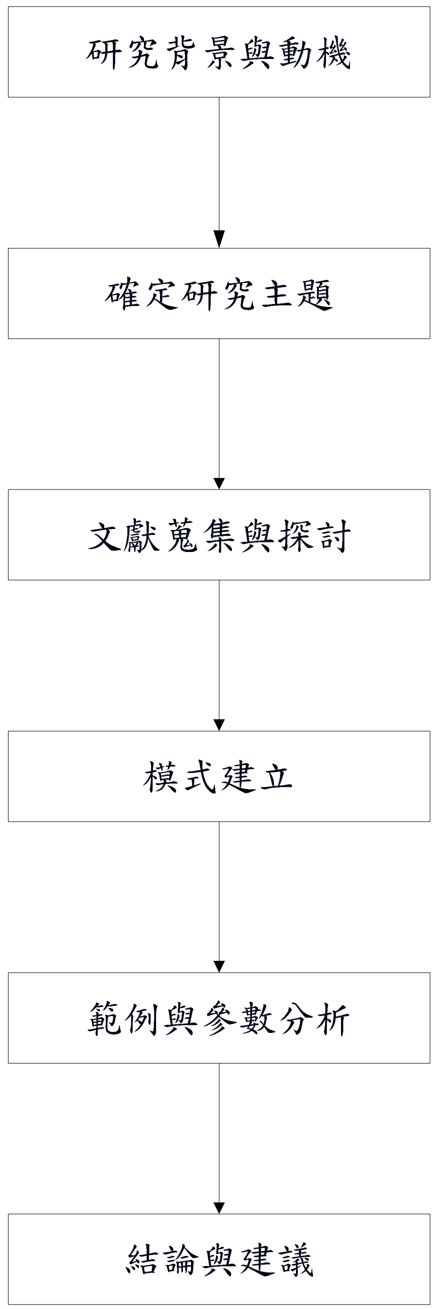

圖 1 研究流程圖

二、文獻探討

在競爭激烈的市場環境中，製造商與零售商之間已不再只是單純的供銷關係。在早期的供應鏈系統中，製造商與零售商通常依據自己所得的市場資訊或是需求預測而獨自制定生產決策與訂購策略，但由於雙方之間缺乏需求資訊的協同與整合常導致產銷之間的不平衡。此情況對於製造商與零售商而言，皆有可能造成利益上的損失並導致雙方合作上的困難。因此，唯有透過協同整合的供銷系統才能使製造商與零售商皆能從中獲得最大之利益。在此將於以下各節中探討存貨風險分攤的相關文獻。

2.1 存貨風險分攤

在一般的供銷環境中潛藏著市場需求的不確定性，使得零售商必須面對訂購量與實際市場需求量不一致而產生存貨過剩或短缺的風險。然而，零售商爲了避免存貨過剩所造成的成本支出，通常會採取較爲保守的進貨策略。但市場的需求起伏不定，因而可能造成產品銷售未達市場的最大需求量而喪失潛在的銷售利潤，亦有可能因缺貨而造成商譽上的損失，且零售商過於保守的進貨策略對製造商而言，亦將失去部分的潛在利益。因此，爲了解決需求不確定所引發的存貨風險問題，學著們提出了許多相關的研究議題：在需求未知的情況下，Iglehart [1964]探討需求爲指數分配時的動態存貨問題；Azour [1985]在不確定的需求分配下，針對一些特定的需求分配以貝氏定理求解動態的存貨模式問題；Lovejoy [1990]探討需求不確定下的存貨模式政策；Cachon and Fisher [2000]探討如何有效地做好存貨管理以及資訊共享對於整合供應鏈的效用；Cachon [2004]研究供應鏈之存貨風險

分配對於整體供應鏈的影響效應；Wang and Liu [2007]研究以零售商爲主導的供應鏈協同契約與風險分攤策略，並探討如何有效地整合上下游廠商及訂定協同契約。在競爭激烈的市場環境中，有效的供應鏈協同運作可促使產銷之間的合作關係更爲契合，並可避免存貨過剩所造成的損失以提升整體之利益。

2.2 買回策略

在需求不確定的情況下，製造商爲了提升整體之利潤而提出了存貨風險分攤與營收分享的概念以激勵零售商增加其訂購量。已有許多相關的研究提出以買回策略作爲存貨風險分攤之契約，即製造商承諾以某比例之批發價格買回零售商於銷售期結束後未能售出的部分商品，以共同分攤零售商所面臨的存貨風險。如此可提升零售商增加訂購量的意願以促成更多潛在的銷售機會，此對製造商本身而言亦可增加收入來源，但在執行買回策略時仍須考量到買回費用所帶來的損失。對此相關的研究議題有：Pasternack [1985]研究易腐性商品之最佳定價策略與買回契約；Marvel and Peck [1995]探討單一供應商與零售商之供應鏈的買回策略，並解析雙方之間如何制定其相關的決策；Emmons and Gilbert [1998]研究型錄商品於需求不確定下，買回策略對於製造商與零售商之利潤的影響效應，文中提及零售商面對製造商的買回契約下，如何決定其商品的零售價格與進貨數量，而製造商則考量如何訂定產品批發價格與買回契約以追求最大化之利潤；Lau [1999]探討製造商對於單期性商品的定價政策與買回策略，其研究指出單一獨占製造商如何依製造成本、零售價格與風險分攤方式於需求不確定下制定其買回策略；Petruzz and Dada [1999]對報童模式進行全面的檢視與探討；Yao, Wu and Lai [2005]探討買回策略對於供應鏈協同的效用，並分析需求變異對於最佳零售價格與訂購量的影

響，以及製造商與零售商之間的利潤分配模式；Yao, Leung and Lai [2008]分析價格敏感性因素對於協同供應鏈之買回策略的影響。以上文獻主要在探討買回策略的相關決策及對供應鏈系統所帶來的影響效益。

2.3 彈性訂購量與營收分享

除了買回策略外，亦有學者提出以彈性訂購量契約作爲存貨風險分攤的策略，即零售商先依市場的需求預測來擬定預估的訂購量給製造商作爲生產數量的參考依據，事後零售商可依最新的需求資訊而在所約定的數量修正範圍內增減其原先的訂購量，以期更符合市場的實際需求量。對此相關的研究議題有 Li and Kouvelis [1999]探討採購價格不確定下，彈性風險分攤的供銷契約，並發展不同類型供應契約的評估方法，其研究中提及彈性時間契約：即允許零售商可在彈性的採購時間內進行產品訂購；另外，彈性數量契約：即提供零售商在約定的數量範圍內，可彈性地修改其訂購數量；最後探討風險分攤下，彈性時間與非彈性時間契約的最佳採購策略；Tasy [1999]則提出一彈性訂購量模式，即零售商的最終訂購量可在限制的比率範圍內作上下修正，以提升雙方的整體利潤。此外，對於供應鏈之營收分享的相關研究有 Cachon and Lariviere [2005]探討供應鏈之營收分享契約的優勢與限制，並論證營收分享可達到供應鏈協同的效用；Chauhan and Proth [2005]則分析供應鏈之營收分享的合作關係，其假設顧客需求相依於產品零售價格，然後提出單一供應商與零售商之營收分享的合作模式，並依彼此所承擔的風險比例來分配整體所得之利潤。在此，本研究主要針對存貨風險分攤的買回策略加以研究探討，並透過製造商與零售商的利潤收益模式來找出最佳的決策參數組合，以作爲製造商與零售商的決策參考依據。

三、模式建立

本研究乃探討單一製造商與零售商於特定的需求分配下，如何制定出使雙方整體利潤最大化的買回策略。此外，並藉由數值範例分析來探討各參數對於雙方所得利潤及整體利潤的影響效應。由於市場需求的不確定性，因此學者們通常會假設需求符合或近似某種分配型態，例如 Scarf [1959]之研究中，應用指數分配與 Gamma 族分配來表示需求分配型態；Azoury [1985]與 Lovejoy [1990]的研究中則引用更多類型的需求分配型態來進行探討。

首先，本研究將建立零售商與製造商於買回策略下的利潤收益模式，然後針對需求為均勻分配與指數分配的情況下來求解零售商的最佳訂購量。相關的參數假設如下所示：

k：每單位產品的製造成本。

c：產品的批發價格，且 $c > k$。

p：產品的零售價格，且 $p > c$。

q：零售商的訂購數量。

a：製造商所允諾的最大買回數量，且 $0 \le a \le q$。

b：製造商所允諾的買回價格，且 $0 \le b \le c$。

$f(x)$：產品需求的機率密度函數。

RP：零售商所得利潤。

MP：製造商所得利潤。

TP：雙方整體所得利潤。

則零售商的利潤 RP 可表示成：

$$RP = \int_0^q pxf(x)dx + \int_0^q b \cdot min\{a,(q-x)\} f(x)dx + \int_q^\infty pqf(x)\ dx - cq$$
$$= \int_0^q pxf(x)dx + \int_0^{q-a} baf(x)dx + \int_{q-a}^q b(q-x)f(x)dx + \int_q^\infty pqf(x)dx - cq \cdots\cdots\cdots(1)$$

在給定 $p, c, b, a, f(x)$下，零售商的最佳訂購量 q^* 可由對(1)式求一階導數並令其爲零而求得。運用 Leibnitz 法則：

$$dRP/dq = 0$$

$$b(\Phi(q^*) - \Phi(q^* - a)) + p(1 - \Phi(q^*)) - c = 0$$
$$\Rightarrow (b-p)\Phi(q^*) = b\Phi(q^* - a) + c - p = 0 \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(2)$$

其中 $\Phi(q^*) = \int_0^{q^*} f(x)dx$，可利用模擬方法求出滿足上述等式(2)之最佳訂購量 q^*。

以下爲針對兩種特定需求分配之最佳訂購量的求解結果。

1.需求爲均勻分配：

若假設需求函數爲界於[0 , R]之均勻分配時，則

$$f(x) = \frac{1}{R}\ ,\ 0 < x < R$$

$$\Phi(\mathrm{y}) = \frac{y}{R}\ ,\ 0 < y < R$$

由等式(2)可求得需求為均勻分配時，零售商的最佳訂購量 q^* 如下所示：

$$(b-p)\frac{q^*}{R}=b\cdot\frac{q^*-a}{R}+c-p=0$$

$$\Rightarrow q^*=\frac{R}{p}\left(\frac{ab}{R}-c+p\right)\cdots\cdots(3)$$

2.需求為指數分配：

若假設需求函數為指數分配時，則

$$f(x)=\lambda\, e^{-\lambda x}\ ;\ x>0\ ,\ \lambda>0$$

$$\Phi(q^*)=\int_0^{q^*}\lambda\, e^{-\lambda x}dx=1-e^{-\lambda\, q^*}$$

由等式(2)可求得需求為指數分配時，零售商的最佳訂購量 q^* 如下所示：

$$(b-p)(1-e^{-\lambda\, q^*})=b(1-e^{-\lambda(q^*-\,a)})+c-p=0$$

$$\Rightarrow q^*=\frac{ln\left[(p-b+be^{\lambda\, a})/c\right]}{\lambda}\cdots\cdots(4)$$

若將上述所得的 q^* 代入(1)式中，即可求得零售商在各種需求分配下的最佳利潤。在此可對(2)式作簡易的定性分析：若令 $a=0$，即表示製造商將不買回任何零售商未售出的商品數量，則由(2)式可知：

$$
\begin{aligned}
&(b-p)\Phi(q^*) = b\Phi(q^*-a)+c-p \\
&\Rightarrow (b-p)\Phi(q^*) = b\Phi(q^*-0)+c-p \\
&\Rightarrow \Phi(q^*) = \frac{p-c}{p}
\end{aligned}
$$

此表示當批發價格 c 為已知的情況下，零售商的訂購量將隨著零售價格 p 的提升而增加。然而當批發價格遠小於零售價格($c << p$)時，則其訂購量將趨近於市場預估的最大需求量。若令 $a = q$，即表示製造商承諾買回所有零售商未售出的商品數量，則由(2)式可得：

$$
\begin{aligned}
&(b-p)\Phi(q^*) = b\Phi(q^*-a)+c-p \\
&\Rightarrow (b-p)\Phi(q^*) = c-p \\
&\Rightarrow \Phi(q^*) = \frac{p-c}{p-b}
\end{aligned}
$$

若再假設 $b = c$，即表示製造商將承諾以原批發價格買回所有未能售出的商品數量，則 $\Phi(q^*) = 1$，此表示零售商的訂購量為預期之市場最大需求量，否則其訂購量將隨著買回價格的提升而增加。以上分析是針對零售商的觀點來探討其最佳的訂購數量。若從製造商的角度而言，則是在零售商決定其訂購數量後再依市場的實際需求狀況，即可求得製造商的利潤 MP 如下所示：

$$
MP = q^*(c-k) - \int_0^{q^*-a} baf(x)dx - \int_{q^*-a}^{q^*} b(q^*-x)f(x)dx \text{..........................} (5)
$$

然而將零售商與製造商的利潤相加，即可求得在特定買回條件下的整體利潤，最後可透過數值的模擬方法來找出最佳的買回策略以使整體利潤最大化。在此，本研究將藉由 Lingo 軟體來執行模式之求解，以求得特定買回策略下的雙方利潤以及最佳的買回條件。其基本的求解步驟如下所示：

步驟一、設定製造商所允諾的買回數量 a 與買回價格 b。

步驟二、以等式(2)求得零售商在特定需求分配下的最佳訂購量 q^* 。

步驟三、求出雙方整體之利潤 $TP = RP + MP$。

步驟四、以 Lingo 軟體來求得最佳的買回條件組合。

關於買回策略的分析流程架構如圖 2 所示：

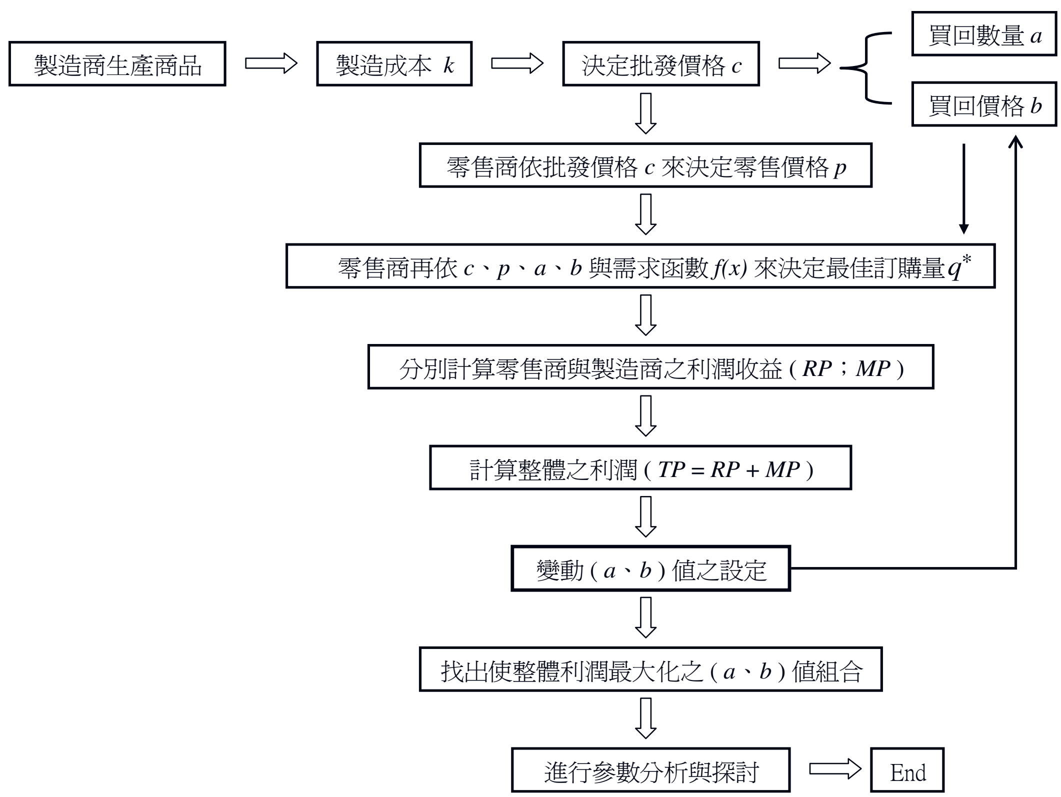

圖 2 買回策略－分析流程圖

針對圖 2 之說明如下：首先由製造商生產的過程中可得知每單位產品的製造成本 k，因此製造商可依製造成本 k 來決定產品的批發價格 c 並提出買回契約之條件給予零售商，此契約包含製造商所承諾買回產品的數量 a 與價格 b。此時零售商即可依批發價格作為決定產品零售價格 p 的參考依據，而當以上參數 c、p、a、b 與需求函數 $f(x)$已知的情況下，零售商即可依這些相關參數值來決定其最佳的訂購數量 q^*。然而在零售商決定其最佳訂購量之後，便可依所建立的利潤收益模式來求得零售商的利潤 RP 與製造商的利潤 MP，而將雙方所得的利潤加總後即可求得在既定買回條件[a、b]下的整體利潤，最後可透過數值模擬的方式來找出使整體利潤最大化的買回條件。

四、數值範例與參數分析

本章節將先以假設的數值範例分別針對需求為均勻分配與指數分配下，進行簡易地求解說明，然後再藉由 Lingo 軟體來求得目標函數的最佳解以找出既定條件下的最佳買回策略，最後再對各相關參數進行分析以找出各參數與所得利潤之間的變動關係。

4.1 問題描述與參數設定

假設製造商 A 為一間生產季節性商品的公司，且所生產的商品將交由零售商 B 直接銷售於市場上的消費者，此乃為單一製造商與零售商的供銷系統。由於季節性商品具有時效性特質，致使零售商必須面對產品過剩所造成的存貨問題。因此製造商 A 將提出買回策略以作為存貨風險分攤之契約，藉以激勵零售商增加產品訂購量來增進雙方或整體之利潤。

首先，製造商 A 將視產品的製造成本(k)來訂定產品的批發價格(c)，進而決定所允諾的產品買回價格(b)與最大買回數量(a)，以提供給零售商作為產品訂購量的決策參考資訊。然而，零售商將視產品的批發價格(c)而決定其零售價格(p)來銷售給市場上的消費者。在產品銷售期結束後，未售出的剩餘產品將依製造商所承諾的買回條件進行買回，以履行雙方所協定的存貨風險分攤契約。

本數值範例的相關參數值設定如下：

k：每單位產品的製造成本為 30 元。

c：每單位產品的批發價格為 60 元。

p：每單位產品的零售價格為 100 元。

a：製造商所允諾的最大買回數量爲訂購量的 40 %。

b：製造商所允諾的買回價格爲 50 元。

以上各參數設定值將應用於需求爲均勻分配與指數分配之模式求解。

4.2 需求爲均勻分配之求解

假設市場的需求函數爲界於[0, 400]之均勻分配，則產品的需求機率密度函數 $f(x)$爲 1/400。藉由上述範例所設定之參數值，將在以下各小節中分別探討買回條件[a、b]爲已知與未知的情況下，進行模式之求解說明與參數分析。

4.2.1 買回條件[*a*、*b*]已知的情況下，進行模式求解

若製造商所承諾的買回條件爲已知的情況下，只要將以上相關的參數設定值代入式子(3)，即可求得零售商的最佳訂購量 q^* 如下所示：

$$
\begin{aligned}
q^* &= \frac{400}{100}\left(\frac{0.4q^* \times 50}{400} - 60 + 100\right) \\
&= 200
\end{aligned}
$$

由上式可得 $q^* = 200$ 單位，若將所求得之 q^* 代入式子(1)即可求得零售商的最佳利潤 RP 爲：

$$
\begin{aligned}
RP &= \int_0^{200} 100\,x \cdot \frac{1}{400}\,dx + \int_0^{120} 50 \cdot 80 \cdot \frac{1}{400}\,dx + \int_{120}^{200} 50(200 - x)\frac{1}{400}dx \\
&\quad + \int_{200}^{400} 100 \cdot 200 \cdot \frac{1}{400}\,dx - 60 \cdot 200 \\
&= 4{,}600
\end{aligned}
$$

若將所得 q^* 代入式子(5)則可求得製造商之利潤 MP 為：

$$
\begin{aligned}
MP &= (60-30)\times 200 - \int_0^{120} 50\cdot 80\cdot \frac{1}{400}\,dx - \int_{120}^{200} 50(200-x)\cdot\frac{1}{400}\,dx \\
&= 4{,}400
\end{aligned}
$$

最後將零售商與製造商所得之利潤相加即可求得整體利潤 TP 為：

$$
\begin{aligned}
TP &= RP + MP \\
&= 4{,}600 + 4{,}400 \\
&= 9{,}000
\end{aligned}
$$

由上述求解結果可知：在需求函數為界於[0, 400]之均勻分配下，當製造商所允諾的買回價格(b)為\$50 且最大買回數量(a)為零售商訂購量(q)的 40%時，則零售商所決定的最佳訂購量 q^* 為 200 單位。然而在此買回條件下：零售商的所得利潤為\$4,600；製造商的所得利潤為\$4,400；雙方的整體所得利潤則為\$9,000。

4.2.2 買回條件[a、b]未知的情況下，求解整體的最佳買回策略

在此將探討買回條件[a、b]為決策變數時，製造商如何依已知的相關參數值來訂定出最佳的買回策略，以增進彼此或整體的所得利潤。首先探討當本模式的目標函數為求解整體利潤 TP 極大值時，已知相關的參數值為 k、c、p，而決策變數為[a、b]之組合。經由 Lingo 軟體求解的結果可得本模式之 TP 極大值為 9800 單位，最佳的買回條件[a、b]組合則有多組解：如買回條件為[240、50]時，零售

商的最佳訂購量爲 280 單位且零售商的所得利潤 *RP* 爲 6200 單位，而製造商的所得利潤 *MP* 則爲 3600 單位。在此須特別注意的是當目標函數爲求解 *TP* 極大值的情況下，將會得到多組不同組合條件的最佳解，如表 1 所示：

表 1 均勻分配－整體利潤極大值(TP^*)之最佳解組合

a	b	q^*	RP	MP	TP^*
267	45	280	5800	4000	9800
240	50	280	6200	3600	9800
218	55	280	6526	3274	9800
200	60	280	6800	3000	9800

經由本模式對此範例求解整體利潤極大化的結果可知，在需求函數爲界於 [0, 400]之均勻分配時，只要製造商所允諾的買回條件[*a*、*b*]之組合的乘積爲 12000 單位時，則零售商的最佳訂購量都將爲 280 單位且所得的整體利潤最大值爲 9800 單位。然而須注意的是不同的買回條件組合下，零售商與製造商所得的利潤結果將會有所差異。

4.2.3 買回策略之決策分析

在此將探討本模式之買回策略對於零售商與製造商所得利潤的影響效應。由於買回費用爲買回數量 *a* 與買回價格 *b* 之乘積，因此可先將參數 *a* 設爲固定值然後藉由變動參數 *b* 來分析買回策略之變化對於雙方所得利潤的影響。首先假設製造商允諾全數買回零售商所無法售出的商品，即最大的買回數量 *a* 等於零售商的

訂購數量 q，也就是 100%的買回比例。在此假設條件下，藉由變動買回價格 b 來探討買回策略對於雙方所得利潤的影響，經由求解的結果如表 2 所示：

表 2 均勻分配－全數買回($a = q$，變動 b)的求解結果

買回比例	a	b	q^*	RP	MP	TP
0%	0	0	160	3200	4800	8000
100%	168	5	168	3368	4875	8243
100%	178	10	178	3556	4938	8494
100%	188	15	188	3765	4983	8748
100%	200	20	200	4000	5000	9000
100%	213	25	213	4267	4978	9245
100%	229	30	229	4571	4898	9469
100%	246	35	246	4923	4734	9657
100%	267	40	267	5333	4444	9777
100%	291	45	291	5818	3967	9785
100%	320	50	320	6400	3200	9600
100%	356	55	356	7111	1975	9086
100%	400	60	400	8000	0	8000

由表 2 的第一列數值中可得知 a、b 皆為零，其表示當製造商不允諾任何的買回條件時，則零售商所反應的最佳訂購量 $q^* = 160$ 單位且所得利潤 $RP = 3200$ 單位；製造商的所得利潤 $MP = 4800$ 單位；雙方的整體所得利潤 $TP = 8000$ 單位。

然而當製造商所允諾的最大買回數量 a 等於零售商的訂購量 q 時，也就是全數買回的條件下，則零售商的最佳訂購量 q^* 與所得利潤 RP 將隨著買回價格 b 的提升而增加；至於製造商的所得利潤 MP 與整體利潤 TP 而言，將隨著買回價格 b 的增加而產生一極大值的趨勢變化，以上所述的利潤變化趨勢如圖 3 所示：

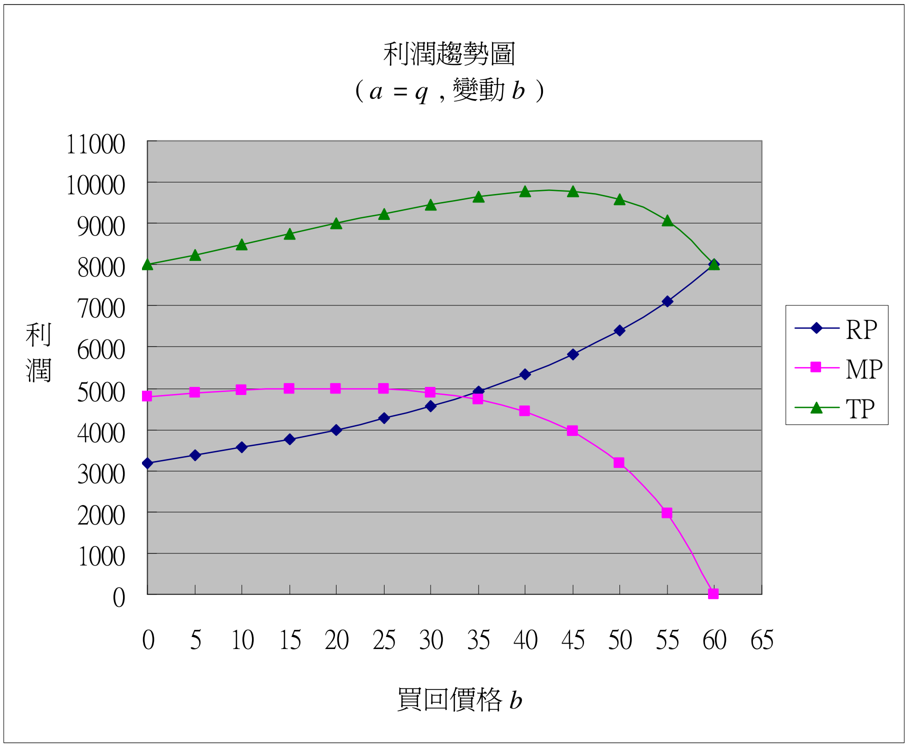

圖 3 均勻分配－利潤趨勢圖($a = q$，變動 b)

經由表 2 除了可看出買回價格對求解結果的影響關係外，尚可證明採用買回策略對零售商有直接的效益外，對製造商而言則具有條件式的利益成長空間。此由表中可看出執行買回策略後，製造商的所得利潤 *MP* 從 4800 單位增加至 5000 單位，然後才隨著買回價格的提升而逐漸削減了本身的利潤收益。從 4800 單位至 5000 單位之範圍即是製造商採用買回策略時可獲得的潛在利益成長空間，此利益空間乃是因爲製造商的買回條件促使零售商增加其訂購量，使得製造商本身收入的增加量大於買回費用所產生的差值。相對而言，當製造商所增加的買回費用大於銷售產品給零售商所增加的利潤收入時，製造商的所得利潤將隨著買回價格的提升而逐漸下降，最後將使得製造商本身因買回策略而造成利潤虧損的現象。因

此，如果本模式是以可同時增進雙方所得利潤爲目標的話，則必須將買回價格 b 的範圍設定在大約 0 至 33 單位之間，才能使雙方皆可於買回策略中獲得利益。

此外，由表 2 中也可看出採用買回策略可提升雙方的整體所得利潤並可求得 TP 的極大值，亦即本模式也可將目標函數設定爲雙方的整體利潤最大化來進行求解，以本數值範例而言可求得的 TP^* 值爲 9800 單位。當模式的目標爲求解整體利潤極大化時，必須注意的是所得的最佳解並不一定可同時增進雙方之利潤，以表 1 與表 2 的第一列求解結果爲例，可看出執行買回策略後的整體利潤 TP 從 8000 單位增加至 9800 單位，但製造商的利潤 MP 則從原本的 4800 單位降至 4000 單位，也就是說製造商本身因買回策略而造成利潤的縮減，但如果可將整體利潤重新分配給雙方的話，則此買回策略仍具有同時增加雙方所得利潤的效果。比如簡單地將整體所得利潤平均分配給雙方的話，則各自所得之利潤均爲 4900 單位，皆大於原先雙方未採用買回策略時所得之利潤。至於雙方如何分配所得之整體利潤則視雙方所協議的配套契約而定。總之，只要製造商所提出的買回條件對雙方皆有利益的話，即是值得採用的存貨買回策略。

然而，在表 2 中可發現零售商的利潤 RP 完全受惠於製造商所提出的買回策略，此乃因爲本模式在給定 p、c、a、b 值下，進行求解零售商的最佳訂購量 q^*，因此在不同的買回條件下所求得的 RP 皆爲零售商的最佳所得利潤。此現象可由表 3 來說明：假設製造商所允諾的買回數量 a 爲 80 單位且買回價格 b 爲 50 單位時，經由本模式所求得零售商的最佳訂購量 $q^* = 200$ 單位且最佳利潤 $RP^* = 4600$ 單位；製造商的所得利潤 $MP = 4400$ 單位；整體的所得利潤 $TP = 9000$ 單位。以上爲本模式在 [80、50] 之買回條件下的最佳解組合，倘若因外在環境因素的考量下而變動零售商的訂購量 q 值時，則所得利潤的變化趨勢如圖 4 所示：

表 3 均勻分配－a、b 值固定下，變動 q 值之求解結果

a	b	q	RP	MP	TP
80	50	100	3350	2400	5750
80	50	150	4288	3400	7688
80	50	200*	4600*	4400	9000
80	50	250	4288	5400	9688
80	50	300	3350	6400	9750
80	50	350	1788	7400	9188
80	50	400	- 400	8400	8000

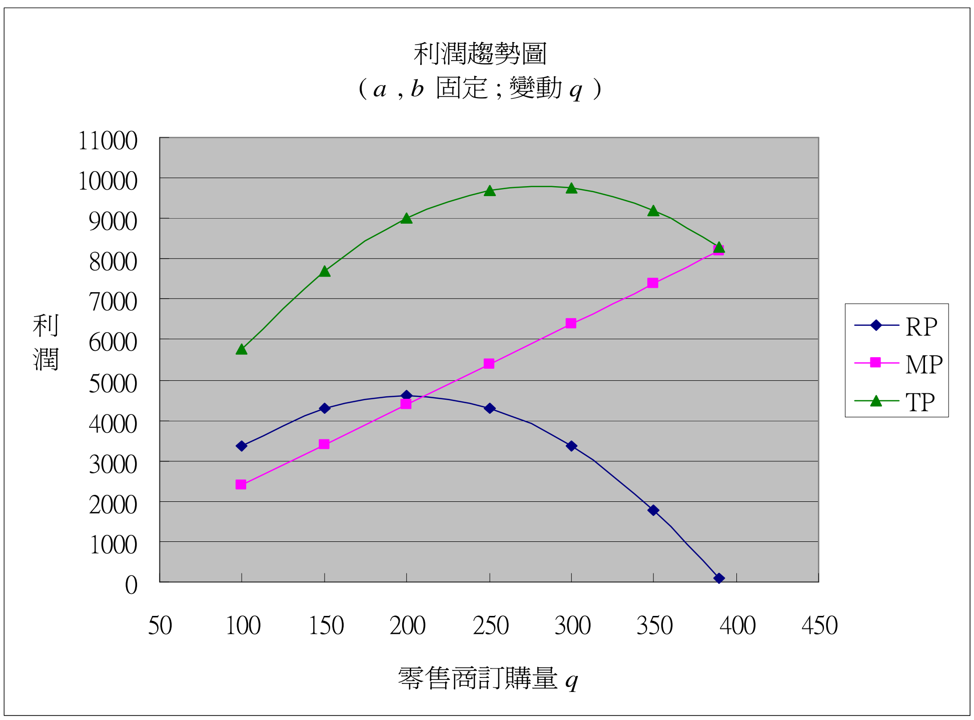

圖 4 均勻分配－利潤趨勢圖(a、b 固定，變動 q)

由圖 4 可看出本模式所求得的 $q^* = 200$ 時，可使零售商獲得最大的利潤值。然而當零售商的訂購量小於 200 單位時，則可能因存貨短缺而使得零售商未達到最大化之利潤。由於製造商所提出的買回條件固定，因此若零售商的訂購量大於 200 單位時，則可能因存貨過剩的成本支出而造成本身利潤的虧損；但對於製造商而言，則因零售商增加訂購量而使得本身所得利潤隨之增加。以上主要說明本模式中的零售商可依製造商所允諾的買回條件而決定其最佳的訂購數量 q^*，至於最終的實際訂購量則視雙方之協議與外在的環境因素作爲決策之考量。

上述乃是針對本模式於需求爲均勻分配下進行買回策略之分析與探討，以了解製造商所提出的買回條件對於零售商之最佳訂購量、雙方所得利潤及整體利潤間所存在的變動關係。經由本範例的數值分析結果，可確知執行買回策略對單一製造商與零售商的供銷系統而言，具有增進製造商與零售商所得利潤之效用。

4.2.4 參數(k、c、p)分析

在本節中將延續上述範例的數值而逐一探討參數 k、c、p 之設定對於零售商的最佳訂購量 q^* 以及雙方所得利潤於買回條件已知及未知情況下的影響效應，以作爲製造商與零售商於買回策略下的決策參考。

1. 製造成本 k 之分析

在本範例中的參數 k 原設爲 30 單位且 $0 < k < c$，在此將於合理的限制範圍內 ($0 < k < 60$)變動參數 k 來進行模式求解，以分析製造成本對於製造商與零售商於買回策略下所得利潤之影響。經由模式求解結果如表 4 所示，由表中可得知參數 k 在買回條件已知情況下，零售商的最佳訂購量 q^* 與所得利潤 RP 及製造商的所

得利潤 MP 與整體利潤 TP，而 TP^* 則爲買回條件未知情況下進行模式求解所得的極大值。舉例而言：當製造成本 k 設爲 30 單位且買回條件爲 $a = 0.4\,q$；$b = 50$ 單位時，則零售商的最佳訂購量爲 200 單位且所得利潤爲 4600 單位，製造商的所得利潤則爲 4400 單位而整體利潤爲 9000 單位。然而當買回條件[a、b]爲決策變數且參數 k 設爲 30 單位時，若以整體利潤最大化爲求解目標的話，可得整體利潤極大值 TP^* 爲 9800 單位。

表 4 均勻分配－參數 k 之求解分析

參數 k	q^*	RP	MP	TP	TP^*
20	200	4600	6400	11000	12800
22	200	4600	6000	10600	12168
24	200	4600	5600	10200	11552
26	200	4600	5200	9800	10952
28	200	4600	4800	9400	10368
30	200	4600	4400	9000	9800
32	200	4600	4000	8600	9248
34	200	4600	3600	8200	8712
36	200	4600	3200	7800	8192
38	200	4600	2800	7400	7688
40	200	4600	2400	7000	7200

由表 4 中可看出製造成本 k 的變動對於零售商的最佳訂購量 q^* 並不具任何影響性，此可由式子(3)中得知製造成本 k 並不是零售商決定最佳訂購量的決策因子。然而由圖 5 中可看出製造成本 k 對零售商所得之利潤 RP 亦不具任何影響效

應，但對製造商的所得利潤 MP 與雙方整體利潤 TP 則具有負相關性，而目標函數所求的 TP^* 值亦隨著製造成本的增加而下降。經由此結果可明顯得知減少製造成本的支出，除了可以提升製造商本身所得之利潤外，亦可間接地使製造商具有調降產品批發價格的空間，來促使零售商增加其訂購量以增進雙方所得之利潤。

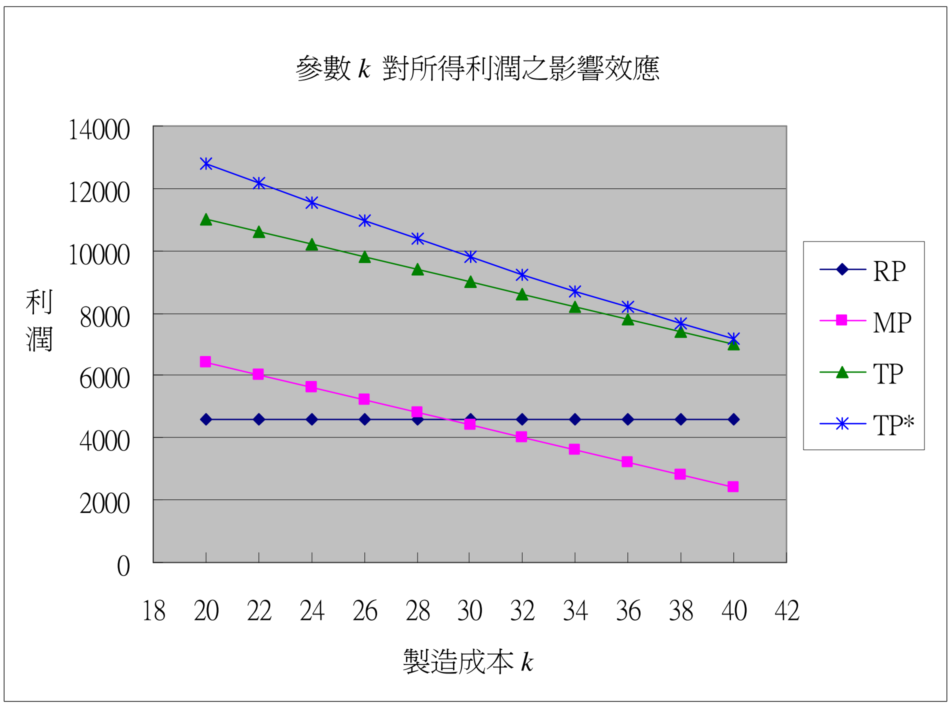

圖 5 均勻分配－參數 k 對所得利潤之影響效應

2. 批發價格 c 之分析

於本範例中的參數 c 原假設為 60 單位且 $k < c < p$，在此將於合理的限制範圍內($30 < c < 100$)變動參數 c 來進行模式求解，以分析批發價格對於製造商與零售商於買回策略下所得利潤之影響。經由模式求解的結果如表 5 所示，由表中可得知參數 c 於買回條件已知及未知情況下所得的求解結果。

表 5 均匀分配－參數 c 之求解分析

參數 c	q^*	RP	MP	TP	TP^*
40	300	10350	- 600	9750	9800
45	275	8697	1100	9797	9800
50	250	7188	2500	9688	9800
55	225	5822	3600	9422	9800
60	200	4600	4400	9000	9800
65	175	3522	4900	8422	9800
70	150	2588	5100	7688	9800
75	125	1797	5000	6797	9800
80	100	1150	4600	5750	9800
85	75	647	3900	4547	9800
90	50	288	2900	3188	9800
95	25	72	1600	1672	9800
100	0	0	0	0	9800

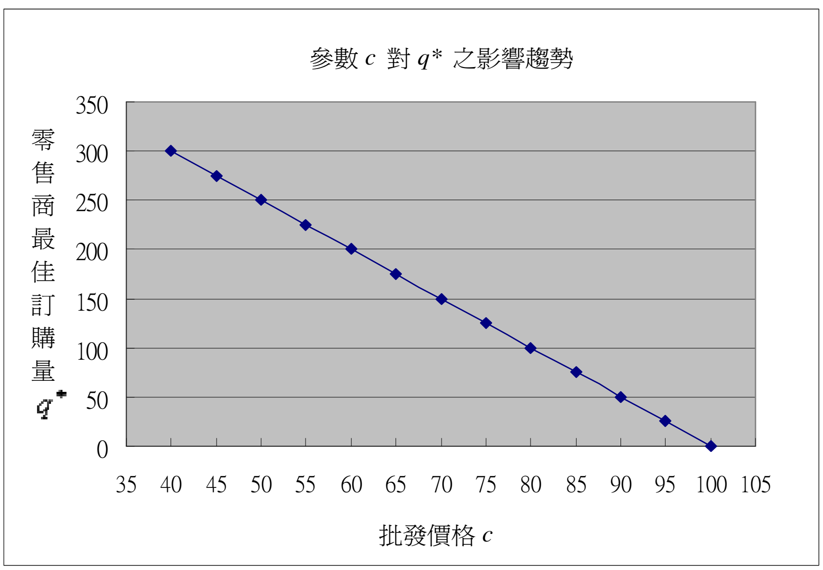

圖 6 均匀分配－參數 c 對 q^* 之影響趨勢

經求解結果可得參數 c 對於零售商之最佳訂購量 q^* 的影響趨勢如圖 6 所示，由圖中可看出批發價格與零售商的最佳訂購量之間存在著負相關的變化趨勢，意指製造商倘若能降低產品批發價格時，將可提升零售商增加產品訂購量的意願。

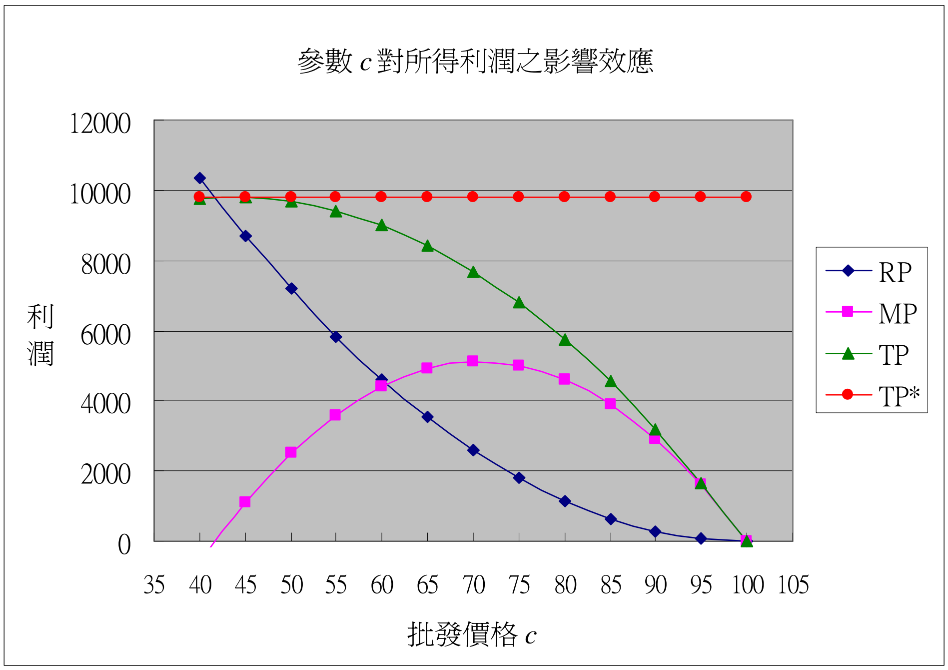

圖 7 均勻分配－參數 c 對所得利潤之影響效應

此外，表 5 之求解結果如圖 7 所示，由圖中可看出批發價格 c 對所得利潤之影響效應。其中當買回條件已知為 $a = 0.4\ q$ 且 $b = 50$ 時，零售商的利潤 RP 將隨著批發價格的增加而逐漸下降，至於製造商的利潤 MP 則隨著批發價格的增加而產生極大值的變化趨勢。此乃因為製造商提升產品批發價格時，雖可增加產品的銷售收入，但零售商卻會因此而縮減產品訂購量而使得製造商的所得利潤終將逐漸地衰減。因此，製造商應加以評估如何訂定產品批發價格之決策，然而在此可

以很明顯地判斷出批發價格不大於 70 單位時，對於雙方而言會是比較有利的。至於當買回條件[a、b]爲決策變數且目標函數爲求解整體利潤極大化時，可看出雙方的整體利潤極大值 TP^* 並不受批發價格變動的影響而維持在 9800 單位，也就是說批發價格於合理的變動範圍內可使雙方獲得的最大整體利潤爲 9800 單位。

3. 零售價格 p 之分析

本範例的參數 p 原設爲 100 單位且 $p > c$，在此將藉由變動參數 p 來進行模式求解，以分析零售價格對於製造商及零售商於買回策略下所得利潤之影響。經由模式求解結果如表 6 所示，由表中可得知參數 p 於買回條件已知及未知情況下所得的求解結果。

表 6 均勻分配－參數 p 之求解分析

參數 p	q^*	RP	MP	TP	TP^*
75	109	997	2797	3794	5400
80	133	1600	3289	4889	6250
85	154	2278	3669	5947	7117
90	171	3012	3967	6979	8000
95	187	3789	4206	7995	8895
100	200	4600	4400	9000	9800
105	212	5437	4559	9996	10714
110	222	6296	4691	10987	11637
115	232	7173	4802	11975	12565
120	240	8064	4896	12960	13500
125	248	8967	4976	13943	14440
1000	384	182535	5622	188157	188180
25000	400	4982405	5601	4988006	4988007

經求解後可得參數 p 對於零售商之最佳訂購量 q^* 的影響趨勢如圖 8 所示，由圖中可看出零售商的最佳訂購量將隨著產品零售價格 p 的增加而逐漸上升，最終將趨近於市場的實際需求量。

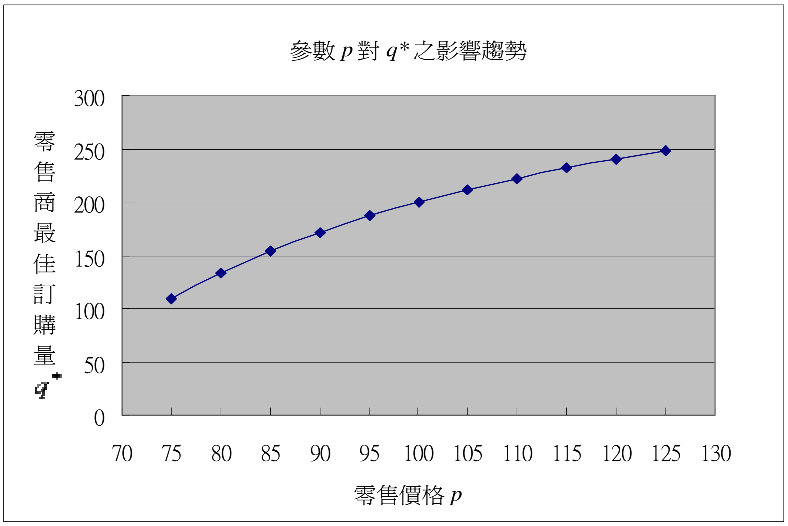

圖 8 均勻分配 – 參數 p 對 q^* 之影響趨勢

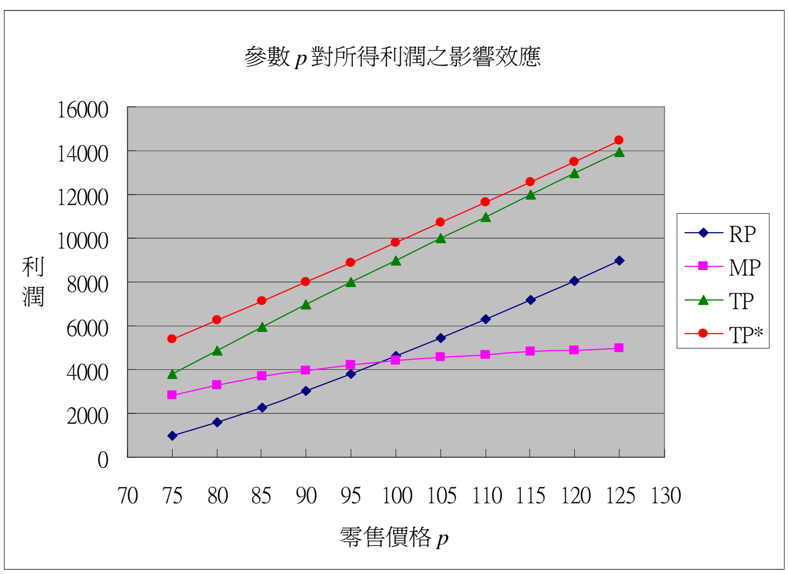

圖 9 均勻分配 – 參數 p 對所得利潤之影響效應

由表 6 之求解結果如圖 9 所示，從圖中可看出零售價格 p 對所得利潤之影響效應。由於本模式假設市場需求函數為介於[0 , R]之均勻分配，也就是說市場需求量在此範圍內並不受產品零售價格所影響，因此當買回條件為 $a = 0.4\ q$ 且 $b = 50$ 時，零售商的所得利潤 RP 在此均勻分配的需求範圍內，將隨著產品零售價格的增加而上升。至於製造商而言，由於產品零售價格的增加促使零售商的最佳訂購量逐漸上升，進而間接地提升製造商的所得利潤 MP。但受限於所訂定的買回條件下，製造商的所得利潤將上升至一極大值後而逐漸下降。此外當買回條件為決策變數時，雙方的整體利潤極大值 TP^* 將隨著零售價格的增加而逐漸上升。

上述乃是針對參數 k、c、p 於買回策略下的求解分析，以探討各參數之變動對於製造商與零售商所得利潤之影響，進而提供雙方決策所需之參考資訊。

4.2.5 均勻分配－最佳參數值之決策

在此將探討如何於買回策略下制定出各參數的最佳值，以期能達到利潤極大化之目的。在本模式中包含有 k、c、p、a、b 參數，若以實際的生產觀點而言，製造成本 k 理當極小化，其偏屬於製造層面的考量因素且變異不大，並可透過計算得知其實際值，因此不將製造成本 k 納入考量的決策變數中，而將其視為已知的固定數值。於參數分析中可發現產品批發價格對於雙方所得之利潤具有關鍵性的影響效應，因此將其視為重要的決策變數來加以探討。在製造成本 k 已知的情況下，批發價格 c 的訂定將顯著影響零售商所決定的訂購量與產品的零售價格 p，進而影響雙方最終的所得利潤。然而對於市場上的產品零售價格 p 而言，乃依製造商所提出的批發價格作為定價參考。實際上，零售商會將產品的零售價格訂於一合理的限制範圍內，因此可將參數 p 值設定於界限值之內以利於模式之求解。

在此將延用原先數值範例中的需求分配假設並針對雙方於買回策略模式下，進行求解整體利潤極大化的最佳參數值設定。假設製造商經由產品的生產過程中可得知單位製造成本並藉此作爲決定產品批發價格之參考，而零售商可藉由市場的消費型態與相關資訊訂定出消費者對於產品價格可接受的合理範圍。在此情況下，藉由模式之求解可得知最佳的批發價格、零售價格及買回條件之組合。相關的參數值設定與限制條件如下所示：

k：每單位產品的製造成本爲 40 元。

c：產品的批發價格，且 $c > k$。

p：產品的零售價格，且 $c < p \le 100$。

q：零售商的訂購數量。

a：製造商所允諾的最大買回數量，且 $0 \le a \le q$。

b：製造商所允諾的買回價格，且 $0 \le b \le c$。

經由 Lingo 程式進行模式之求解結果如表 7 所示：

表 7 均勻分配－最佳參數組合解

k	c	p	a	b	q^*	RP	MP	TP^*
40	45	100	100	20	240	6949	251	7200

由表 7 可得知當產品的單位製造成本爲$40 且零售價格不大於$100 時，若將產品批發價格 c 訂爲$45；零售價格 p 訂爲$100，且買回條件 a、b 訂爲[100、20]，則零售商的最佳訂購量 q^* 爲 240 單位且所得利潤 RP 爲$6949，而製造商的所得利潤 MP 爲$251，至於雙方可獲得的整體利潤極大值 TP^* 爲$7200。

以上為求解整體利潤極大化的最佳參數組合設定，透過已知的相關資訊可經由本模式之求解結果來得知最佳的參數值設定與買回之條件，以使雙方於買回策略下能達到最大的利益效果。

4.3 需求為指數分配之求解

假設市場的需求函數符合指數分配，則產品的需求機率密度函數 $f(x)=\lambda e^{-\lambda x}$ ，若產品的平均需求量 μ 與零售價格 p 之間的線性關係為 $\mu = 150 - 0.5P$ ，則常數 $\lambda = 1/(150 - 0.5P)$ 。在此將同樣藉由上述範例之參數設定值來分別探討買回條件[a、b]為已知及未知情況下的模式求解與分析。

4.3.1 買回條件[*a*、*b*]已知的情況下，進行模式求解

若已知製造商所承諾的最大買回數量 a 為零售商訂購量 q 的 40%且買回價格 b 為$50 時，則將已知的相關參數值代入式子(4)，即可求得零售商的最佳訂購量 q^* 如下所示：

$$
\begin{aligned}
q^* &= \frac{ln\ \left[(100-50+50\cdot e^{0.01\times 0.4q})/60\right]}{0.01} \\
&= 65
\end{aligned}
$$

由上式所得 $q^*=65$ 單位，若將所求得之 q^* 值代入式子(1)即可求得零售商所得之最佳利潤 RP 為：

$$
\begin{aligned}
RP &= \int_0^q px\lambda e^{-\lambda x}dx + \int_0^{q-a} ba\lambda e^{-\lambda x}dx + \int_{q-a}^{q} b(q-x)\lambda e^{-\lambda x}dx + \int_q^\infty pq\lambda e^{-\lambda x}dx - cq \\
&= \int_0^{65} 100\cdot x\cdot 0.01\ e^{-0.01x}dx + \int_0^{39} 50\cdot 26\cdot 0.01\ e^{-0.01x}dx + \int_{39}^{65} 50\cdot(65-x)\cdot 0.01\ e^{-0.01x}dx \\
&\quad + \int_{65}^\infty 100\cdot 65\cdot 0.01\ e^{-0.01x}dx - 60\cdot 65 \\
&\cong 1{,}404
\end{aligned}
$$

若將 q^* 代入式子(5)則可求得製造商之所得利潤 MP 爲：

$$
\begin{aligned}
MP &= q^*(c-k) - \int_0^{q^*-a} ba\lambda e^{-\lambda x}dx - \int_{q^*-a}^{q^*} b(q^*-x)\cdot\lambda e^{-\lambda x}dx \\
&= 65(60-30) - \int_0^{39} 50\cdot 26\cdot 0.01e^{-0.01x}dx - \int_{39}^{65} 50\cdot(65-x)\cdot 0.01e^{-0.01x}dx \\
&\cong 1{,}424
\end{aligned}
$$

最後將零售商與製造商所得之利潤相加即可求得整體利潤 TP 爲：

$$
\begin{aligned}
TP &= RP + MP \\
&= 1{,}404 + 1{,}423 \\
&= 2{,}828
\end{aligned}
$$

經由上述之求解結果可知：在需求函數爲指數分配時，當製造商所允諾的最大買回數量 a 爲零售商訂購量 q 的 40%且買回價格 b 爲$50 時，則可求得零售商的最佳訂購量 q^* 爲 65 單位，且在此買回條件下之零售商的所得利潤爲$1,404；製造商的所得利潤爲$1,424；雙方的整體所得利潤則爲$2,828。

4.3.2 買回條件[*a*、*b*]未知的情況下，求解整體的最佳買回策略

在此將探討當製造商所承諾的買回條件爲決策變數且目標函數爲求解雙方整體利潤極大化的買回策略。已知相關的參數值爲 k、c、p、λ 且決策變數爲[a、b]之組合，藉由 Lingo 軟體求解的結果可得最佳的買回條件爲：允諾的最大買回數量 a 爲 118 單位且買回價格 b 爲$45。然而在此買回條件下可得雙方的整體利潤極

大值TP^*爲$3388，而零售商的最佳訂購量$q^*$爲 120 單位且所得利潤 RP 爲$2017；製造商的所得利潤 MP 則爲$1371。在此須特別注意的是需求爲指數分配與均勻分配時的差異爲：指數分配下所得之最佳訂購量q^*不會因 a、b 之乘積相同而產生多組解。然而需求爲指數分配之求解TP^*值的最佳解組合如表 8 所示：

表 8 指數分配－整體利潤極大值(TP^*)之最佳解組合

a	b	q^*	RP	MP	TP^*
118	45	120	2017	1371	3388

4.3.3 買回策略之決策分析

在此將針對需求爲指數分配下，探討買回策略對於零售商訂購量與雙方所得利潤之影響。由於買回費用爲買回數量 a 與買回價格 b 之乘積，因此將參數 a 設爲固定值然後藉由變動參數 b 來分析買回策略之變動對於雙方所得利潤的影響效應。首先，假設製造商允諾全數買回零售商所無法售出的商品，即最大的買回數量 a 等於零售商的訂購數量 q，也就是 100%的買回比例。然而在此假設條件下，藉由變動買回價格 b 的求解結果如表 9 所示。

在表 9 中的第一列數值爲製造商不允諾買回任何剩餘存貨時的求解結果。此外，由表中可得知零售商的最佳訂購量q^*與所得利潤 RP 將隨著買回價格 b 的增加而逐漸上升，而製造商的所得利潤 MP 與整體利潤 TP 則隨著買回價格 b 的增加而產生極大值的趨勢變化。上述對於買回價格與雙方所得利潤之間的變化趨勢如圖 10 所示。

表 9 指數分配－全數買回($a = q$，變動 b)的求解結果

買回比例	a	b	q^*	RP	MP	TP
0%	0	0	51	935	1532	2467
100%	55	5	55	994	1577	2571
100%	59	10	59	1061	1620	2681
100%	64	15	64	1138	1660	2798
100%	69	20	69	1227	1693	2920
100%	76	25	76	1333	1714	3047
100%	85	30	85	1458	1713	3171
100%	96	35	96	1611	1676	3287
100%	110	40	110	1803	1568	3371
100%	130	45	130	2051	1324	3375
100%	161	50	161	2391	781	3172
100%	196	53	196	2714	0	2714

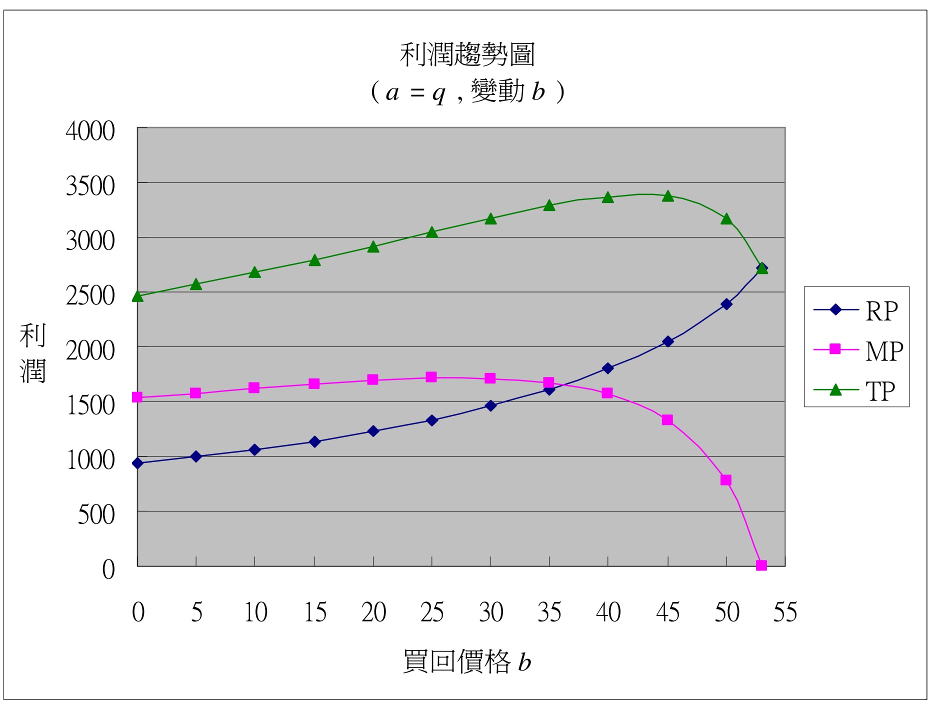

圖 10 指數分配－利潤趨勢圖($a = q$，變動 b)

由圖 10 中可看出零售商的所得利潤 RP 將因採用買回策略而受益，而製造商於買回策略中則具有條件式的利益成長空間，此乃因爲製造商的買回條件促使零售商增加其產品訂購量，使得製造商本身的收入增加量大於買回費用所產生的差值，意即只要製造商所提出的買回條件可使本身利潤大於未採用買回策略的所得利潤時($MP > 1532$)，則雙方皆可因買回策略而獲得利益。若以整體所得利潤 TP 而言，只要買回條件可促使整體利潤大於 2467 單位，即可透過適當地將利潤重新分配給雙方以達到同時增進彼此利潤之效益。

4.3.4 參數(k、c、p)分析

在此將延續上述範例的數值於需求爲指數分配下，逐一探討參數 k、c、p 對於零售商的最佳訂購量 q^* 以及雙方所得利潤於買回條件已知及未知情況下的影響效應，以作爲製造商與零售商於採用買回策略時的決策參考資訊。

1. 製造成本 k 之分析

本範例的參數 k 原設爲 30 單位且 $0 < k < c$，在此將於合理的限制範圍內($0 < k < 60$)變動參數 k 來探討製造成本對於製造商與零售商所得利潤之影響。經由模式求解結果如表 10 所示，由表中可得知買回條件已知情況下的零售商最佳訂購量 q^* 與所得利潤 RP 及製造商的所得利潤 MP 與整體利潤 TP，而 TP^* 則爲買回條件未知情況下所得的整體利潤極大值。例如：當製造成本 k 設定爲$30 且買回條件爲 $a = 0.4\,q$ 及 $b = 50$ 時，則零售商的最佳訂購量爲 65 單位且所得利潤爲$1404；製造商的利潤爲$1424；整體利潤則爲$2828。然而當買回條件[$a$、$b$]爲決策變數且目標函數爲求解整體利潤極大化時，則可得的整體利潤極大值 TP^* 爲$3388。

表 10 指數分配－參數 *k* 之求解分析

參數 *k*	q^*	*RP*	*MP*	*TP*	TP^*
10	65	1404	2722	4126	6697
15	65	1404	2397	3801	5654
20	65	1404	2073	3477	4781
25	65	1404	1748	3152	4034
30	65	1404	1424	2828	3388
35	65	1404	1099	2503	2826
40	65	1404	774	2178	2334
45	65	1404	450	1854	1907
50	65	1404	125	1529	1534

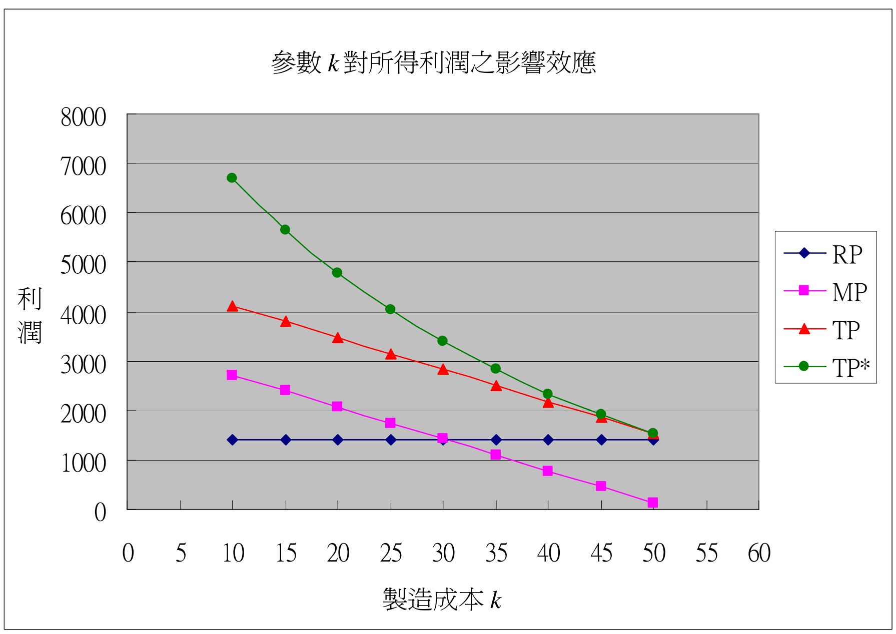

圖 11 指數分配－參數 *k* 對所得利潤之影響效應

由表 10 可知製造成本 k 的變化於本模式中並不會對零售商的最佳訂購量 q^* 有任何的影響性，而製造成本對雙方所得利潤的影響效應如圖 11 所示。由圖中可得知零售商的所得利潤 RP 於本模式中並不受製造成本的變動所影響，而製造商的所得利潤 MP 與整體利潤 TP 則與製造成本間呈現負相關的變化趨勢，然而雙方的整體利潤極大值 TP^* 也因此而隨著製造成本的增加而下降。經由此結果可知減少製造成本的支出除了可以提升製造商本身所得的利潤外，亦可間接地使製造商能調降產品的批發價格來促使零售商增加產品訂購量以增進雙方所得之利潤，進而達到提升整體利潤極大值的效果。

2. 批發價格 c 之分析

在本範例中的參數 c 原設爲 60 單位且 $k < c < p$，在此將於合理的限制範圍內 ($30 < c < 100$)變動參數 c 來分析批發價格對於零售商與製造商於買回策略下所得利潤之影響。經由模式求解結果如表 11 所示，其中批發價格 c 對於零售商之最佳訂購量 q^* 的影響趨勢如圖 12 所示，由圖中可看出零售商的最佳訂購量 q^* 將隨著產品批發價格 c 的增加而逐漸縮減。

此外，產品批發價格之變化對於雙方所得利潤之影響效應如圖 13 所示，其中當買回條件已知爲 $a = 0.4\ q$ 且 $b = 50$ 時，零售商的所得利潤 RP 將與批發價格呈負相關的變化關係，至於製造商的所得利潤 MP 則隨著批發價格的增加而產生極大值的變化趨勢。此乃因爲製造商提升產品批發價格時，雖可增加產品的銷售收入，但零售商卻會因此而減少產品訂購量而使得製造商的所得利潤終將逐漸地衰減，亦即製造商增加產品批發價格所得的利潤小於因零售商減少訂購量而損失的收入。因此製造商應妥善地訂定產品批發價格之決策，以盡可能地維持雙方所得

之利益。由圖中可判斷出當製造商所訂定的批發價格不大於 68 單位時，對於雙方而言會是比較有利的。至於當買回條件[a、b]為決策變數且目標函數為求解整體利潤極大化時，可得知雙方的整體利潤極大值TP^*並不受批發價格變動的影響而維持在 3388 單位，意即批發價格於合理的變動範圍內可使雙方獲得的最大整體利潤值為 3388 單位。

表 11 指數分配－參數 c 之求解分析

參數 c	q^*	RP	MP	TP	TP^*
42	112	3375	3	3378	3388
45	102	2940	397	3337	3388
50	89	2342	877	3219	3388
55	76	1834	1212	3046	3388
60	65	1404	1424	2828	3388
65	55	1043	1526	2569	3388
70	45	745	1531	2276	3388
75	36	504	1451	1955	3388
80	28	315	1292	1607	3388
85	20	173	1062	1235	3388
90	13	75	766	841	3388
95	6	18	411	429	3388
100	0	0	0	0	3388

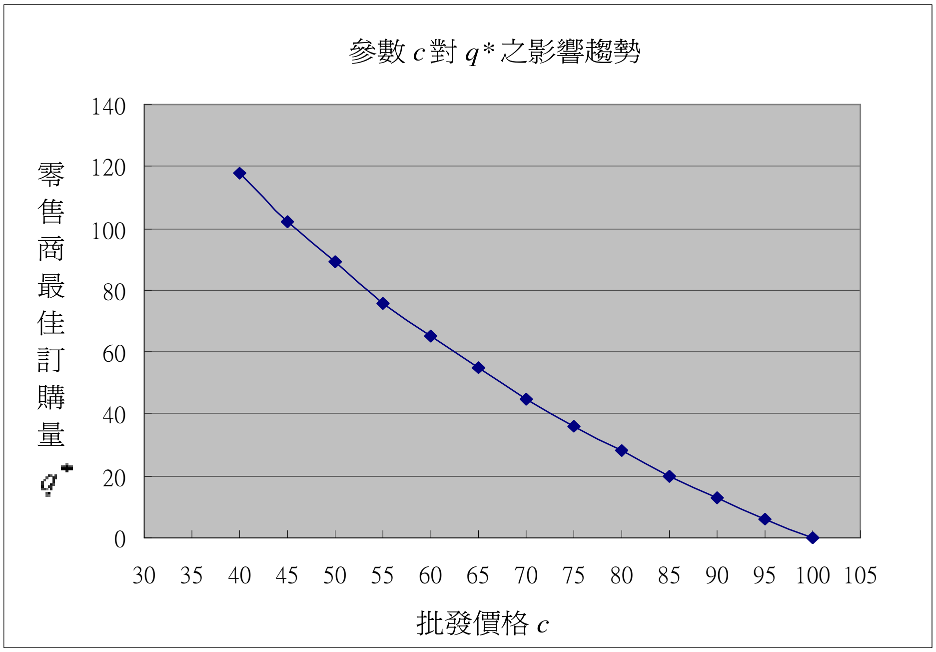

圖 12 指數分配－參數 c 對 q^* 之影響趨勢

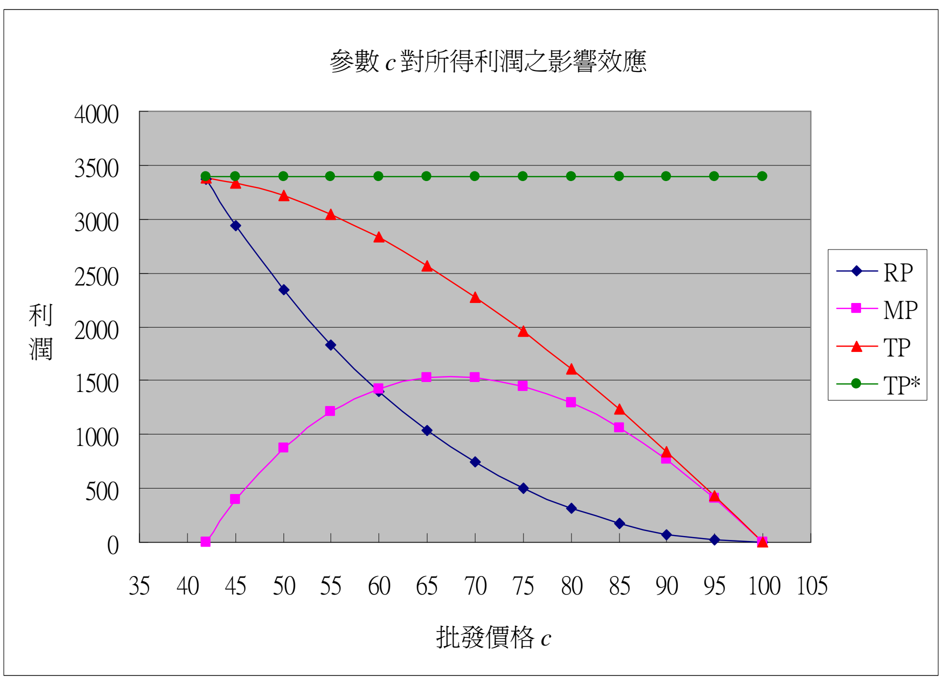

圖 13 指數分配－參數 c 對所得利潤之影響效應

3. 零售價格 p 之分析

在本模式中假設需求為指數分配且平均需求量 μ 與零售價格 p 之間的線性關係為 $\mu = 150 - 0.5P$，也就是說產品的平均需求量將隨著零售價格的增加而縮減。因此可藉由變動參數 p 來進行模式求解，以分析零售價格對於製造商及零售商於買回策略下所得利潤之影響，經由模式求解結果如表 12 所示。

表 12 指數分配－參數 p 之求解分析

參數 p	μ	q^*	RP	MP	TP	TP^*
70	115	25	152	669	821	1677
90	105	55	931	1283	2214	2839
110	95	72	1882	1504	3386	3897
130	85	79	2775	1550	4325	4760
150	75	81	3503	1500	5003	5379
170	65	79	4005	1390	5395	5718
190	55	73	4244	1237	5481	5754
210	45	64	4194	1055	5249	5473
230	35	53	3837	849	4686	4861
250	25	40	3159	624	3783	3910
270	15	25	2151	384	2535	2611
290	5	9	803	131	934	960
300	0	0	0	0	0	0

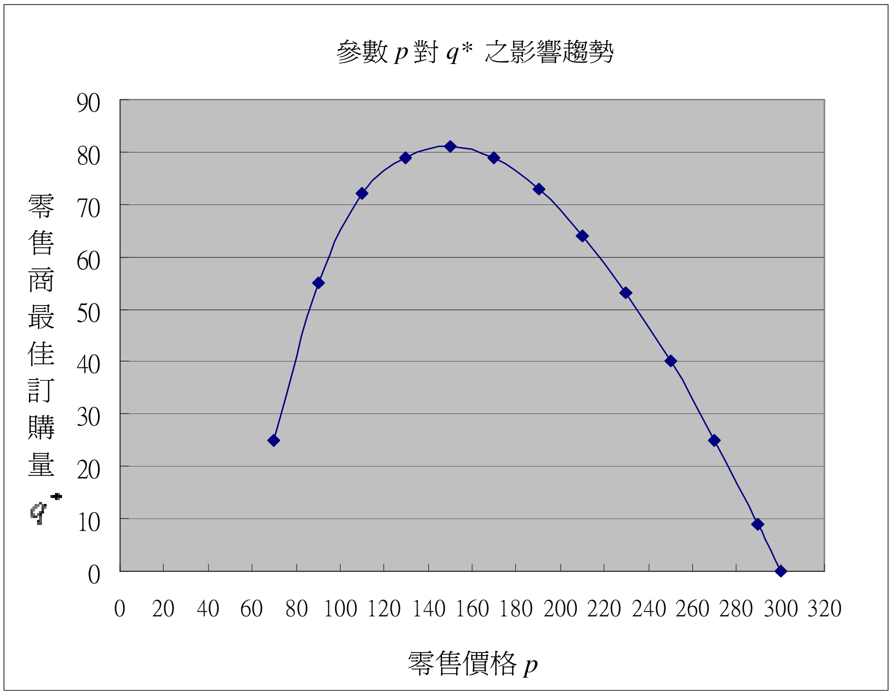

圖 14 指數分配－參數 p 對 q^* 之影響趨勢

首先，由表 12 中可得知產品的平均需求量 μ 將隨著零售價格 p 的增加而縮減，而參數 p 對於零售商之最佳訂購量 q^* 的影響趨勢如圖 14 所示。由圖中可看出當零售價格 p 增加時，可促使零售商提升其最佳訂購量 q^*，但卻也因此而使得平均需求量 μ 逐漸地縮減，也就是說由於市場的平均需求量與零售價格之間的負相關性，因而使得零售商的最佳訂購量將隨著零售價格的增加而上升至一極大值後轉而逐漸地縮減。因此零售商在決定其最佳訂購量時，除了考慮製造商所承諾的買回條件外，亦需考量到產品零售價格與市場需求量之間的變動關係。

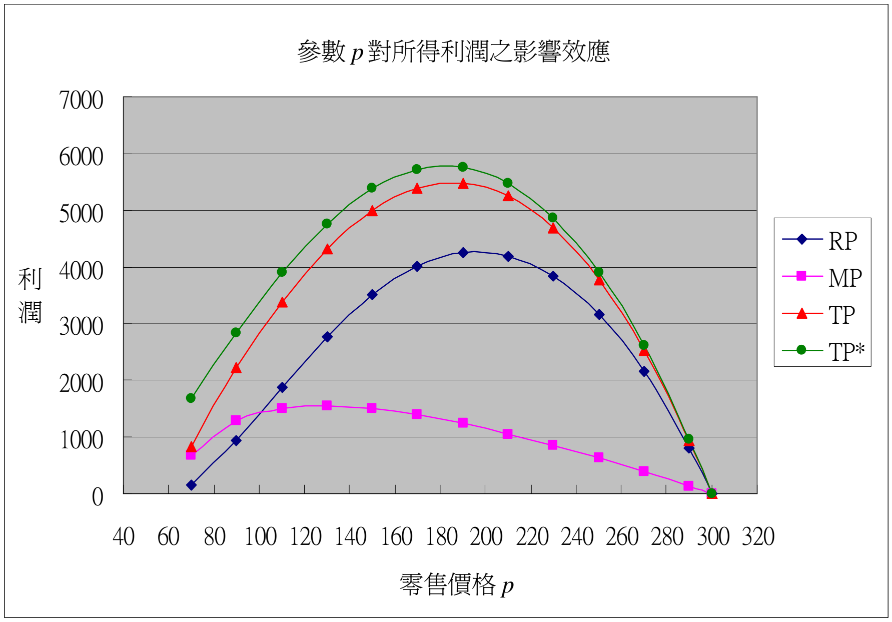

圖 15 指數分配－參數 p 對所得利潤之影響效應

此外，由表 12 中可得知買回條件已知與未知的情況下，零售價格 p 的變動對於雙方所得利潤及整體利潤極大值 TP^* 的影響效應如圖 15 所示，由圖中可知當零售價格 p 增加時，將可促使零售商增加產品訂購量並使零售商的所得利潤 RP 逐漸上升至一極大值。但相對地，由於零售價格增加時亦會使市場的需求量逐漸縮減而致使零售商的銷售收入逐漸減少，此乃因爲零售商在零售價格增加時所獲得的利潤小於因零售價格增加而致使市場需求量減少所帶來的損失。因此對零售商本身利潤而言，必須考量零售價格對於市場需求量的影響性以及製造商所承諾的買回條件，以訂定出最佳的產品零售價格。

至於製造商而言，其主要的收入來源乃是將產品批發給零售商，而由於零售商的訂購量受產品零售價格之影響，因而也將間接地影響到製造商的所得收入，因此製造商的所得利潤 MP 將隨著零售商的訂購量與市場需求量而變化。此外，

依圖 15 所示可判斷出：零售價格 p 訂於 130 至 190 單位之間，對於雙方而言會是比較有利的。

以上乃是針對需求爲指數分配下，探討各相關參數之變化對於製造商與零售商所得利潤的影響，其與需求爲均勻分配時的相異之處在於市場的需求量會受產品的零售價格所影響。因此在這兩種不同的需求分配下，對零售價格 P 所進行的分析結果會有顯著的差異性。

4.3.5 指數分配－最佳參數值之決策

在此將探討如何制定出最佳的買回條件與參數值組合，以期達到整體利潤極大化之目的。於本模式中包含有 k、c、p、a、b 參數，若以實際的生產製造觀點而言，製造成本 k 理當極小化，且其偏屬於製造層面的考量因素並可透過計算來取得其實際值，因此不將製造成本 k 納入考量的決策變數中，而將其視爲已知的固定值。然而在製造成本 k 已知的情況下，批發價格 c 的訂定將顯著地影響零售商所決定的訂購數量與產品的零售價格 p，進而間接影響雙方最終的所得利潤。至於產品的零售價格 p 而言，乃依製造商所提出的批發價格作爲定價參考。實際上，產品的零售價格會介於合理的限制範圍內，並可透過相關的市場調查來得知消費者可接受產品價格變動的範圍。在此由於假設零售價格 p 與平均需求量 μ 之間的線性關係爲 $\mu = 150 - 0.5P$，因此可將參數 p 值的範圍設定爲 $c < p < 300$，以利於模式之求解。

以下乃藉由 Lingo 軟體於需求爲指數分配下，求解最佳的產品批發價格 c、零售價格 p 及買回條件[a、b]之組合。相關的參數值設定與限制條件如下所示：

k：每單位產品的製造成本爲 40 元。

c：產品的批發價格，且 $c > k$。

p：產品的零售價格，且 $c < p < 300$。

q：零售商的訂購數量。

a：製造商所允諾的最大買回數量，且 $0 \le a \le q$。

b：製造商所允諾的買回價格，且 $0 \le b \le c$。

經由 Lingo 程式進行模式求解的結果如表 13 所示：

表 13 指數分配－最佳參數組合解

k	c	p	a	b	q^*	RP	MP	TP^*
40	103	190	75	103	86	3663	1159	4822

由表 13 中可得知當產品的單位製造成本爲$40 且零售價格小於$300 時，若將產品批發價格 c 訂爲$103；零售價格 p 訂爲$190，且買回條件 a、b 訂爲[75、103]，則零售商的最佳訂購量 q^* 爲 86 單位且所得利潤 RP 爲$3663，而製造商的所得利潤 MP 爲$1159，至於雙方可獲得的整體利潤極大值 TP^* 爲$4822。

以上爲求解整體利潤極大值的最佳參數值組合，在此透過已知的相關資訊可經由本模式之求解結果來得知最佳的參數值設定與買回條件組合，以供製造商與零售商能於買回策略下獲得最佳的利益效果。

五、結論與建議

本研究乃針對單期性商品於需求爲均勻分配與指數分配下，探討單一製造商與零售商之間的存貨風險分攤契約以期達到增進雙方或整體利潤之目的。由於市場需求的不確定性，因此本研究提出買回策略來解決存貨風險分攤之問題，透過數值範例的求解分析來探討買回策略對於製造商與零售商所得利潤之影響，並以 Lingo 軟體來求解出最佳的買回策略，最後藉由參數分析來探討各參數對於雙方所得利潤的影響效應以提供決策之參考。經由本模式的研究結果發現：當需求爲均勻分配與指數分配下，製造商利用存貨買回策略可激勵零售商增加其產品訂購量，以促成更多的潛在銷售機會來滿足市場的最大需求量，進而達到增進雙方或整體利潤之效果。

藉由本研究可瞭解採用買回策略對於供銷系統的應用價值以及買回策略如何影響製造商與零售商之間的所得利益，但本研究乃是以假設之範例進行模擬分析與探討，尚缺實際案例的分析與應用。因此，建議後續研究者能輔以實際之產品的供銷系統加以研究與探討，以了解存貨買回策略於實際應用層面上所面臨的狀況與其適用性。此外，本研究之參數分析並未考量各參數間的交互影響關係，因此尚須對此部份加以深入探討以了解各參數間的交互作用將對製造商與零售商之間的利益關係產生何種變化。

參考文獻

1. Azoury, K.S., 1985, "Bayes solution to dynamic inventory models under unknown demand distribution", Management Science, vol. 31, pp.1150-1160.
2. Cachon, G.P., 2004, "The allocation of inventory risk in a supply chain: push, pull, and advance-purchase discount contracts", Management Science, vol. 50, pp.222–238.
3. Cachon, G.P. and A.L. Martin, 2005, "Supply chain coordination with revenue-sharing contracts: strengths and limitations", Management Science, vol. 51 , pp.30-44.
4. Cachon, G.P. and M. Fisher, 2000, "Supply chain inventory management and the value of shared information", Management Science, vol. 46, pp.1032-1048.
5. Chauhan, S.S. and J.M. Proth, 2005, "Analysis of a supply chain partnership with revenue sharing", International Journal of Production Economics, vol. 97, pp.44–51.
6. Emmons, H. and S.M. Gilbert, 1998, "Note. the role of returns policies in pricing and inventory decisions for catalogue goods", Management Science, vol. 44, pp.276-283.
7. Iglehart, D.L., 1964, "The dynamic inventory problem with unknown demand distribution", Management Science, vol. 10, pp.429-440.
8. Li, C.L. and P. Kouvelis, 1999, "Flexible and risk-sharing supply contracts under price uncertainty", Management Science, vol. 45, pp.1378-1398.
9. Lau, H.S. and A.H.L. Lau, 1999, "Manufacturer's pricing strategy and return policy for a single-period commodity", European Journal of Operational Research, vol. 116, pp.291-304.
10. Lovejoy, W.S., 1990, "Myopic policies for some inventory models with unknown demand distributions", Management Science, vol. 36, pp.724-738.
11. Marvel, H.P. amd J. Peck, 1995, "Demand uncertainty and returns policies", International Economic Review, vol. 36, pp.691-714.
12. Pasternack, B.A., 1985, "Optimal pricing and return policies for perishable commodities", Marketing Science, vol. 4, pp.166-176.
13. Petruzzi, N.C. and M. Dada , 1999, "Pricing and the newsvendor problem: a review with extensions", Operations Research, vol. 47, pp.183-194.
14. Tsay, A.., 1999, "The quantity flexibility contract and supplier-customer incentives", Management Science, vol. 45, pp.1339–1358.

15. Wang, X. and L. Liu, 2007, "Coordination in a retailer-led supply chain through option contract", International Journal of Production Economics, vol. 110, pp.115-127.
16. Yao, Z., S.C.H. Leung and K.K. Lai, 2008, "Analysis of the impact of price-sensitivity factors on the returns policy in coordinating supply chain", European Journal of Operational Research, vol. 187, pp.275–282.
17. Yao, Z., Y. Wu and K.K. Lai, 2005, "Demand uncertainty and manufacturer returns policies for style-good retailing competition", Production Planning & Control, vol. 16, pp.691-700.