

國立勤益科技大學 104 學年度研究所碩士班招生筆試試題卷

所別：機械工程研究所

組別：

科目：工程數學

准考證號碼：□□□□□□□□ (考生自填)

考生注意事項：

一、考試時間 100 分鐘。

二、考科滿分 200 分。

三、可使用電子計算器。

四、試卷共兩頁，九個試題。

試題一：〈 20 分〉

求解下列微分方程式 $y' = \pi(1 + y^2)$ 。

試題二：〈 20 分〉

求 λ 之值使得下列的齊次線性方程組有非零解

$$\begin{bmatrix} 2-\lambda & 1 \\ 1 & 2-\lambda \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

試題三：〈 25 分〉

求解下列初始值問題。

$$y'' + 2y' + y = 0, \quad y(0) = 4, \quad y'(0) = 6。$$

試題四：〈 25 分〉

求解二階微分方程式之通解 $y'' + y' - 12y = 24x + 10$ 。

試題五：〈 25 分〉

利用拉氏轉換求解微分方程式 $y'' + y = \delta(t-1)$, $y(0) = 0$, $y'(0) = 1$ 。

試題六：〈 20 分〉

求 $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 5 \end{bmatrix}$ 的特徵值以及對應的特徵向量。

試題七：〈 20 分〉

求以 $\vec{a} = 2\vec{i} - \vec{j} - \vec{k}$ ， $\vec{b} = \vec{j} + 7\vec{k}$ 與 $\vec{c} = \vec{i} + 2\vec{k}$ 為三鄰邊所形成的平行六面體的體積。

試題八：〈 25 分〉

已知 $f(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2$ 試求(1)在點 $P(-1, 1, 2)$ 處的梯度。(2)在點 $P(-1, 1, 2)$ 處沿方向 $\vec{u} = 2\vec{i} + 2\vec{j} + \vec{k}$ 的方向導數。

試題九：〈 20 分〉

求 $\int_C \vec{F} \cdot d\vec{r}$ ，其中 $\vec{F} = z\vec{i} + x\vec{j} + y\vec{k}$ ，曲線 C 是起點為 $(1, 0, 0)$ 終點為 $(1, 0, 4\pi)$ 的螺旋線，其參數表示為 $\vec{r}(t) = \cos t \vec{i} + \sin t \vec{j} + t\vec{k}$ 。