

國立勤益科技大學 102 學年度研究所碩士班招生筆試試題卷

所別：資訊工程所

組別：

科目：線性代數

准考證號碼： (考生自填)

考生注意事項：

一、考試時間 80 分鐘。

二、不可使用計算機

三、本試題紙空白處或背面，可做草稿使用

試題一：〈25 分〉

若  $A^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & -4 & 2 \\ 0 & 2 & 3 \\ 4 & 2 & 1 \end{bmatrix}$  及  $B^{-1} = \begin{bmatrix} 6 & 5 & -3 \\ 1 & -4 & -1 \\ 1 & 2 & 5 \end{bmatrix}$ , 求  $(BA)^{-1}$ ,  $(B^T)^{-1}$  以及  $\det(B)$

試題二：〈25 分〉

將基底  $B = \{(1, 1, 0), (1, 2, 0), (0, 1, 2)\}$  轉成正交基底

試題三：〈25 分〉

求矩陣  $\begin{bmatrix} 0 & 2 & 1 & 3 & -2 \\ 1 & -2 & 3 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & -1 & 2 & 3 \\ -1 & 3 & 2 & 4 & -3 \\ 1 & 1 & 3 & 2 & 0 \end{bmatrix}$  之行列式

試題四：〈25 分〉

一空間存在二向量  $w_1 = (0, 3, 1)$  及  $w_2 = (2, 0, 0)$ , 求向量  $v = (1, 1, 3)$  在子空間  $W = \text{span}(\{w_1, w_2\})$  上的投影

試題五：〈25分〉

(a) 求下列矩陣的反矩陣。

(b) 判斷  $A$  矩陣是否為奇異矩陣(singular matrix)? 請詳述。

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \\ -6 & 2 & 3 \end{bmatrix}$$

試題六：〈25分〉

若  $A$  為反對稱矩陣(skew-symmetric matrix)，則  $a$ 、 $b$ 、 $c$  和  $d$  為何?

$$A = \begin{bmatrix} d & 1 & c \\ a & 0 & 5 \\ -2 & b & 0 \end{bmatrix}$$

試題七：〈25分〉

試證明  $AA^T$  為對稱矩陣(symmetric matrix)。

試題八：〈25分〉

求下列矩陣  $A$  的特徵值與所相對的特徵向量。

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 4 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$